

# 逆抛物型GRIN透镜用作激光准直器的设计研究\*

廖廷伟

(福建师范大学激光研究所, 福州, 350007)

**摘要:** 本文根据几何光学和高斯光束变换理论, 研究逆抛物型梯度折射率透镜用作激光束准直器的设计原理。

## Study of a reversal parabolic GRIN rod lens for laser beam collimator

Liao Tingdi

(Institute of Laser, Fujian Normal University)

**Abstract:** According to the geometrical optics and Gaussian beam transforming theory, the design of a reversal parabolic gradient-index (GRIN) rod lens for laser beam collimator is studied in this paper.

### 一、引言

常规的望远镜系统是典型的激光准直系统, 这种激光准直系统在工程测量、精密计量、信息处理以及高功率激光准直等装置中得到了广泛的应用<sup>[1~3]</sup>。然而, 激光光盘唱机、激光打印机、光通信等现代激光光电子装置还需要结构紧凑、体积小、重量轻的激光准直器(系统)。梯度折射率透镜的问世提供了新的激光准直系统, 提高了准直系统的象质性能, 而且使准直系统的结构小型化、微型化得以实现。近年来, 国内外已报道了径向、轴向梯度折射率激光准直器的设计理论和应用<sup>[4~7]</sup>。作者在文献[8~10]中也探讨了锥形、抛物型梯度折射率激光准直器的原理、特性和设计。本文基于几何光学和高斯光束变换理论, 研究逆抛物型梯度折射率激光束准直器的设计。为该准直元件的制作与应用提供理论依据。

### 二、逆抛物型GRIN棒的等效望远镜系统

在直角坐标  $(x, y, z)$  下, 光轴沿  $z$  轴, 逆抛物型梯度折射率棒的折射率分布为<sup>[10]</sup>

$$n^2(x, y, z) = n_0^2 [1 - g^2(z)(x^2 + y^2)] \quad (1)$$

$$g(z) = \frac{g_0}{1 + z^2/L^2} \quad (2)$$

式中,  $n_0 = n(0, 0, z)$  为棒轴上折射率,  $g_0 = g(0)$  为聚焦特性参数,  $L$  为一描述折射率轴向变化的常数。

在几何光学近似下, 从近轴光线微分方程

$$\ddot{H}(z) + g^2(z)H(z) = 0 \quad (3)$$

\*福建省自然科学基金资助项目。

可解得在逆抛物型梯度折射率棒中传播的光线轨迹:

$$H_1(z) = \frac{L}{b} \left( 1 + \frac{z^2}{L^2} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \left[ b \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{z}{L} \right) \right] \quad (4)$$

$$H_2(z) = \left( 1 + \frac{z^2}{L^2} \right)^{\frac{1}{2}} \cos \left[ b \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{z}{L} \right) \right] \quad (5)$$

$$\dot{H}_1(z) = \frac{1}{b} \left( 1 + \frac{z^2}{L^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{z}{L} \sin \left[ b \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{z}{L} \right) \right] + b \cos \left[ b \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{z}{L} \right) \right] \right\} \quad (6)$$

$$\dot{H}_2(z) = \frac{1}{L} \left( 1 + \frac{z^2}{L^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \left\{ \frac{z}{L} \cos \left[ b \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{z}{L} \right) \right] - b \sin \left[ b \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{z}{L} \right) \right] \right\} \quad (7)$$

式中,  $b = (g_0^2 L^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$  为一常数,  $H_1, H_2$  和  $\dot{H}_1, \dot{H}_2$  满足初始条件  $H_1(0) = \dot{H}_2(0) = 0, \dot{H}_1(0) = H_2(0) = 1$ 。如图1所示为光线在逆抛物型梯度折射率棒中的传播轨迹。

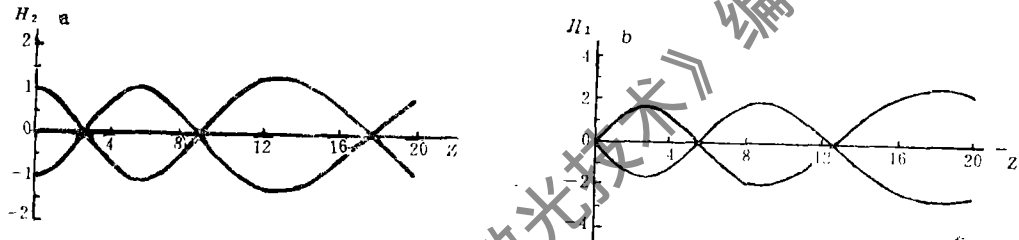


Fig.1 Ray propagation in a reversal parabolic GRIN rod ( $g_0=0.60, L=15$ )  
a—parallel light incidence b—point light source incidence

由(5)式及  $H_2(z_1) = 0$  条件可求得平行光会聚点(即零点)位置坐标  $z_m'$ :

$$z_m' = L \operatorname{tg} \left[ \left( m - \frac{1}{2} \right) \pi b^{-1} \right] \quad (8)$$

式中,  $m = 1, 2, 3, \dots$ , 如取  $m = 1$  则得四分之一周期长度  $d_1 = z_1'$ :

$$d_1 = L \operatorname{tg}(\pi/2b) \quad (9)$$

由(7)式及  $\dot{H}_2(z) = 0$  得:  $(z/L) \cos[b \operatorname{tg}^{-1}(z/L)] - b \sin[b \operatorname{tg}^{-1}(z/L)] = 0 \quad (10)$

解超越方程(10)可求得极大值点坐标  $z_m$ , 取  $m = 1$ , 则得单元准直长度  $d = z_1$ 。

当取逆抛物型梯度折射率棒长度等于单元准直长度  $d$  时, 从梯度棒小端面 ( $z = 0$ ) 入射的平行光经梯度折射率棒传播后, 从其大端面 ( $z = d$ ) 出射的光束仍为平行光, 但光束的宽度变大, 如图2所示, 梯度折射率棒的作用相当于一个开普勒望远镜系统, 可用

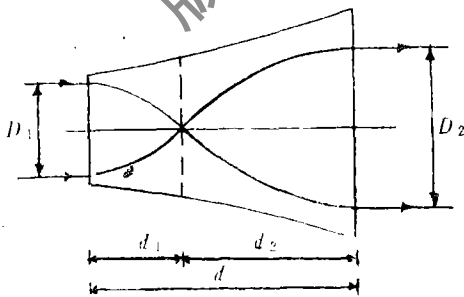


Fig.2 A reversal parabolic GRIN rod of thickness  $d$  于准直激光束。

不难推知, 等效望远镜系统的目镜是长度为  $d_1, g_{01} = g_0, L_1 = L$  的梯度棒 I, 而物镜是长度为  $d - d_1, g_{02} = g_0/[1 + (d_1^2/L^2)], L_2 = L - d_1$  的梯度棒 II。且目镜的象方焦点  $F_1'$

与物镜的物方焦点 $F_2$ 重合于零点 $z=d_1$ 处。逆抛物型梯度棒 I 与 II 的组合即成为目镜和物镜一体化的标准开普勒望远镜系统。图3所示为长度等于 $d$ 的逆抛物型梯度折射率棒的等效望远镜系统的光路。

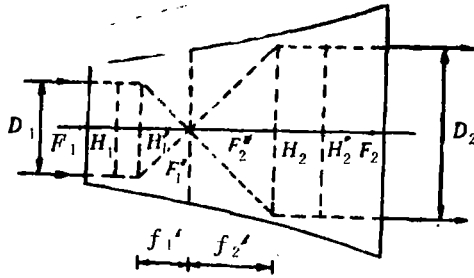


Fig.3 On-axis geometry of the equivalent telescope

$D_1, D_2$ 为入射光束和出射光束的宽度。

从(5)式, (6)式可求得

$$D_2/D_1 = [1 + (d^2/L^2)]^{1/2} \cos[btg^{-1}(d/L)] \quad (12)$$

式中,  $d$ 可这样近似求得: 在 $b \gg d/L$ 条件下, (10)式化为

$$\sin[btg^{-1}(z/L)] = 0 \text{ 或 } z_m = Ltg(m\pi/b) \quad (13)$$

由此得

$$d = z_1 = Ltg(\pi/b) \quad (14)$$

$$d_2 = d - d_1 = L[tg(\pi/b) - tg(\pi/2b)]$$

将(14)式代入(12)式得

$$\Gamma = f_2'/f_1' = D_2/D_1 = [1 + (d^2/L^2)]^{1/2} = \sec(\pi/b) \quad (15)$$

若逆抛物型梯度棒小端和大端半径分别为 $r_1$ 和 $r_2$ , 则有

$$r_2 = r_1[1 + (d^2/L^2)] \quad (16)$$

由(15)式, (16)式得

$$D_2/D_1 = (r_2/r_1)^{1/2} \quad (17)$$

从上述结果可知: (1)  $D_2 > D_1, \Gamma > 1$ , 即大端出射的光束宽度比入射光束宽度大。

(2) 若 $D_1 = r_1$ , 则 $D_2 = \sqrt{r_1 r_2} < r_2$  (因 $r_1 < r_2$ ), 即出射光束直径小于梯度棒的出射端口径, 不出现光束逸出梯度棒现象。

现讨论等效望远镜系统的光瞳成象问题。设等效望远镜的出射光瞳(按望远镜光瞳的定义)位于入射端面 $z=0$ 上, 据光路可逆原理, 可将出瞳视为“物”, 由(1)式及 $H_1(z)=0$ 条件可求出“象”即入射光瞳的位置 $z_p$

$$z_p = Ltg(m\pi/b)$$

$$d_p = Ltg(\pi/b) \quad (m=1) \quad (18)$$

显然,  $d_p$ 不等于由(10)式确定的单元准直长度, 即 $d_p \neq d$ 。这表明入瞳不在梯度棒的出射端面上。或者说, 若入瞳位于出射端面( $z=d$ )上, 则出瞳不位于入射端面( $z=0$ )上。计算结果表明 $d_p < d$ , 即入瞳在 $z=d$ 端面之内。图4所示为等效望远镜系统的光瞳成象光路。

但在 $b \gg d/L$ 条件下,  $d$ 由(14)式近似给出, 可见 $d_p \approx d$ , 即入瞳(或出瞳)近似地位于

根据梯度折射率棒透镜的高斯光学公式:  
 $l_f = \dot{H}_1 / (n_0 \dot{H}_2), l_f' = - (H_2 / n_0 \dot{H}_2), f' = -$   
 $1 / (n_0 \dot{H}_2)$  及  $H_2(d_1) = 0, \dot{H}_2(d_1) < 0, \dot{H}_1(d_1) > 0$  可知梯度棒 I 的  $l_{f1} < 0, l_{f1}' = 0$ 。根据光路可逆原理还可推知  $l_{f2} = 0, l_{f2}' < 0$ 。  
 由几何光学理论可得长度为  $d$  的逆抛物型梯度折射率棒或其等效望远镜系统的放大率为  
 $\Gamma = f_2' / f_1' = D_2 / D_1$  (11)  
 式中,  $f_1', f_2'$  为梯度棒 I, II 的等效焦距;

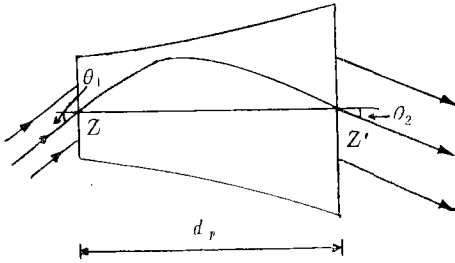


Fig.4 Pupil imaging of the equivalent telescope

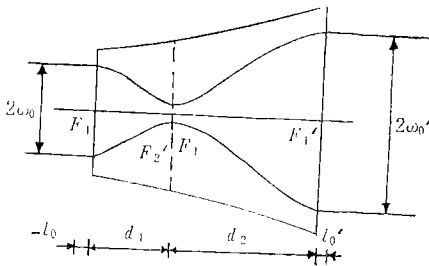


Fig.5 Laser beam collimating through a reversal parabolic GRIN rod lens

梯度棒的出射（或入射）端面上。对实际的梯度折射率棒， $b \gg d/L$ 条件可以得到满足，例如， $g_0 = 0.60$ ， $L = 15$ ，根据（10）和（18）式求得  $d = 5.499$ ， $d_p = 5.423$ ， $b \approx 27(d/L)$ ，这时  $\Delta d = d - d_p = 0.076$ ，因此可以认为入瞳位于梯度棒的出射端面上。

### 三、逆抛物型GRIN激光准直器的设计

上述分析表明，长度为  $d$  的逆抛物型梯度折射率棒等效于一个开普勒望远镜系统。它可用于半导体激光束的准直，如图5所示，设入射高斯激光束束腰位于  $z = 0$  端面前  $l_0$  处，瑞利距离为  $Z_0 = \pi \omega_0^2 / \lambda$ ，光束准直变换后束腰位于距  $z = d$  端面  $l_0'$  处，瑞利距离为  $Z_0' = \pi \omega_0'^2 / \lambda$ 。根据高斯光束经透镜的变换公式

$$l_0' = -l_f' - [(l_0 - l_f) f'^2] / [(l_0 - l_f)^2 + Z_0^2] \quad (19)$$

$$Z_0' = Z_0 f' / [(l_0 - l_f)^2 + Z_0^2] \quad (20)$$

分别对梯度棒 I 和 II 应用（19）、（20）式，并计及  $l_{02} = l_{01}'$ ， $Z_{02} = Z_{01}'$  和  $l_{f1}' = l_{f2} = 0$ ，则有

$$l_0' = l_{f2}' + (l_0 - l_{f1}) (f_2' / f_1')^2 \quad (21)$$

$$Z_0' = (f_2' / f_1')^2 Z_0 \quad (22)$$

式中， $l_{f1}, f_1'$  为梯度棒 I 的高斯参数

$$l_{f1} = -d_1 / b^2, f_1' = (L/b)(1 + d_1^2 / L^2)^{1/2} \quad (23)$$

梯度棒 II 的高斯参数  $l_{f2}, f_2'$  可通过对逆抛物型梯度棒作适当横坐标变换后利用文献[11]的有关结果求得。

从（21）、（22）式可知，无论工作距  $l_0$  取值如何，均可获得光斑最大扩束比  $\gamma_{max}$ ：

$$\gamma_{max} = \left( \frac{Z_0'_{max}}{Z_0} \right)^{1/2} = \left( \frac{f_2'}{f_1'} \right) = \left( 1 + \frac{d}{L} \right)^{1/2} \quad (24)$$

但出射光束束腰位置  $l_0'$  却随  $l_0$  而改变

1. 当  $l_0 = 0$  时有

$$l_0' = l_{f2}' + \frac{d_1}{b^2} \cdot \Gamma^2 \quad (25)$$

若  $l_0' > 0$ ，则束腰在端面之外； $l_0' < 0$ ，束腰在端面之内，但  $l_0' > l_{f2}'$ 。

2. 当  $l_0 = l_{f1} = -\frac{d_1}{b^2}$  时有

$$l_0' = l_{f_2}' \quad (26)$$

即出射光束束腰平面与梯度棒Ⅱ的象方焦面重合。

3. 若  $l_0 \gg l_{f_1}$ , 则由 (21) 式得

$$l_0' \approx l_{f_2}' + l_0 \Gamma^2 \quad (27)$$

这时有  $l_0' < l_{f_2}'$ , 即束腰面位于  $F_2'$  之内。通过延长梯度棒的长度 ( $d \rightarrow d + d_0$ ) 或将端面设计为球面的方法可获得最大扩束比且使束腰位于适当的位置上<sup>[8,9]</sup>, 如  $l_0' \geq 0$ 。

4. 有些应用场合, 工作距  $l_0$  很小<sup>[7]</sup> (但  $l_0 \neq 0$ ,  $l_0 \approx l_{f_1}$ ), 要使出射准直光束束腰平面位于端面上或端面外, 由 (21) 式及  $l_0' \geq 0$  条件得

$$l_0 \geq l_{f_1} - (l_{f_2}' / \Gamma^2) \quad (28)$$

即通过适当选取  $l_0$  值来实现。

5. 若激光光源的  $\omega_0$  很小 (只有几微米), 以致可视为点光源, 而且工作距很小, 几乎  $l_0 = 0$  (如在光通信系统中的光波导连接器、耦合器), 这时梯度折射率准直器的长度  $d$  可根据

(6) 式及  $H_1(z) = 0$  条件即

$$(z/L) \sin[b \operatorname{tg}^{-1}(z/L)] + b \cos[b \operatorname{tg}^{-1}(z/L)] = 0 \quad (29)$$

用数值法解得  $z_m$ , 从而取  $d = z_1$ 。在  $b \gg d/L$  条件下, (29) 式化为

$$\cos[b \operatorname{tg}^{-1}(z/L)] = 0 \text{ 或 } z_m = L \operatorname{tg}[(m - 1/2)\pi/b] \quad (30)$$

由此近似求得  $d = z_1$ :

$$d = L \operatorname{tg}(\pi/2b) \quad (31)$$

综上所述, 我们探讨了逆抛物型梯度折射率激光准直器的设计, 指出通过选取梯度折射率棒的长度  $d$  及工作距  $l_0$ , 可以满足各种使用要求, 并可望在激光光电子系统中获得广泛应用。

### 参 考 文 献

- [1] 魏光辉, 朱宝亮. 激光, 1982; 9(2), 589~592
- [2] 王立新. 中国激光, 1986; 13(2): 104~107
- [3] 郭振华. 激光杂志, 1992; 13(1): 15~19
- [4] Moore D T. J O S A, 1977; 67(9): 1137~1143
- [5] McLaughlin P O, Toyama M, Kitano I. SPIE, 1986; 695: 194~198
- [6] Kitano I. Appl Opt, 1990; 29(28): 3992~3997
- [7] 程科华, 程多思. 光学学报, 1992; 21(2): 145~151
- [8] 廖廷岱. 光学学报, 1991; 11(4): 347~352
- [9] 廖廷岱. 应用激光, 1992; 12(5): 213~216
- [10] 廖廷岱. 激光技术, 1992; 16(4): 242~243
- [11] 林金豆, 邹义榕, 廖廷岱. 福建师大学报, 1990; 6(3): 37~42

\*

\*

\*

作者简介: 廖廷岱, 男, 1962年7月出生。讲师。现从事应用光学与光学设计, 梯度折射率光学、微型光学、光束光学的研究。

收稿日期: 1992年11月30日。