

文章编号: 1001-3806(2004)05-0557-04

平顶多高斯光束与平顶高斯光束的一致性研究

康小平^{1,2}, 吕百达²

(1. 琼州大学 物理系, 五指山 572200; 2. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064)

摘要: 对描述平顶光束的两种数学-物理模型, 即平顶多高斯光束(FMGB)和平顶高斯光束(FGB)作了比较, 给出了数值计算结果并作了物理分析。研究表明, 具有相同 M^2 因子的两个平顶多高斯光束和平顶高斯光束, 无论其束腰宽度是否相等, 在广义菲涅耳数相等处都具有相似的光强分布。这一结论对实际工作有应用意义。

关键词: 平顶多高斯光束; 平顶高斯光束; M^2 因子; 广义菲涅耳数

中图分类号: O435 文献标识码: A

The correspondence between flattened Gaussian beams and flat-topped multi-Gaussian beams

KANG Xiaoping^{1,2}, Lǚ Bai-da²

(1. Department of Physics, Qiongzhou University, Wuzhishan 572200, China; 2. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: The comparison of the two mathematical-physical models describing flat topped beams, i. e., the flattened Gaussian beam (FGB) and flat topped multi Gaussian beam (FMGB) is made. Numerical results and physical analysis are given. It is found that both FMGB and FGB having the same M^2 factor exhibit a similar transversal intensity distribution at a position of the equal generalized Fresnel number, whenever their waist width is equal or not. This conclusion is useful for practical applications.

Key words: flat topped multi Gaussian beam (FMGB); flattened Gaussian beam (FGB); M^2 factor; generalized Fresnel number

引 言

在激光材料加工的某些应用和激光核聚变中, 需要光强分布为均匀平顶的光束。这类光束有大的填充因子和小的强度调制, 能减小非线性效应并提高系统效率。对平顶光束的描述已提出了超高斯光束(SGB)^[1]和平顶高斯光束(FGB)^[2]的数学-物理模型。近年来的研究表明, 离轴高斯光束的合成当满足一定条件时, 也能产生平顶光束^[3,4]。这类新的平顶光束称为平顶多高斯光束(FMGB)。LI 等人^[5]用维格纳分布函数和强度矩方法, 对 FMGB 的传输特性、 M^2 因子等作了详细讨论。笔者的目的是研究描述平顶光束的两类模型 FGB 和 FMGB 的一致性, 即当 FGB 和 FMGB 通过无光阑限制近

轴 ABCD 光学系统传输时, 具有相似平顶光强分布的条件。研究结果对用不同模型描述实际平顶分布光束有应用意义。

1 平顶多高斯光束与平顶高斯光束的特性

在直角坐标系中, 二维多高斯光束(MGB)在 $z = 0$ 处沿 x 方向的场分布为^[4]:

$$E_{MGB}(x', 0) = \frac{\sum_{m=-N_{MGB}}^{N_{MGB}} \exp\left[-\left(\frac{x' - mx_d}{w_{01}}\right)^2\right]}{\sum_{m=-N_{MGB}}^{N_{MGB}} \exp(-m^2)} \quad (N_{MGB} = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

式中, N_{MGB} 为 MGB 的阶数, w_{01} 为束腰宽度, x_d 为高斯光束的间距, (1) 式中已设每个多高斯光束传输方向均沿 z 轴正向。对 MGB, 当取 $x_d = w_{01}$, 在 $z = 0$ 面的合成可得到平顶分布光束^[4], 本文中限于研究光强具有平顶分布的 FMGB。

由 (1) 式可写出 FMGB 的场分布为:

作者简介: 康小平 (1964), 女, 副教授, 博士, 现从事激光传输与变换的研究。

E-mail: kangxp710@sohu.com

收稿日期: 2003-10-20; 收到修改稿日期: 2003-12-02

$$E_{\text{FMGB}}(x', 0) = \frac{\sum_{m=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \exp\left[-\left(\frac{x' - mw_{01}}{w_{01}}\right)^2\right]}{\sum_{m=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \exp(-m^2)} \quad (2)$$

($N_{\text{FMGB}} = 0, 1, 2, \dots$)

式中, N_{FMGB} 为 FMGB 的阶数。

在 $z = 0$ 处的二维 FGB 的场分布为^[2]:

$$E_{\text{FGB}}(x', 0) = \exp\left[-\frac{(N_{\text{FGB}} + 1)x'^2}{w_{02}^2}\right] \times \sum_{n=0}^{N_{\text{FGB}}} \frac{1}{n!} \left[\frac{(N_{\text{FGB}} + 1)x'^2}{w_{02}^2}\right]^n \quad (N_{\text{FGB}} = 0, 1, 2, \dots) \quad (3)$$

$$M_{\text{FMGB}}^2 = \left[\sum_{m=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \sum_{n=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \sum_{m'=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \sum_{n'=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} p_{mn} p_{m'n'} F_{1mn} F_{2m'n'} \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$W_{\text{FMGB}}^2(z) = \sum_{m=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \sum_{n=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} p_{mn} \left[\frac{B^2 F_{1mn}}{k^2 w_{01}^2} + \frac{A^2 w_{01}^2 F_{2mn}}{4} \right] \sum_{m=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} \sum_{n=-N_{\text{FMGB}}}^{N_{\text{FMGB}}} p_{mn} \quad (7)$$

式中, $p_{\alpha\beta} = \exp[-(\alpha - \beta)^2/2]$, $F_{1\alpha\beta} = 1 - (\alpha - \beta)^2$, $F_{2\alpha\beta} = 1 + (\alpha + \beta)^2$
 $(\alpha = m, \beta = n \text{ 或 } \alpha = m', \beta = n')$ (8)

FGB 通过无光阑限制近轴 ABCD 光学系统的光强分布为: $I_{\text{FGB}}(x, z) = E_{\text{FGB}}(x', z) E_{\text{FGB}}^*(x', z)$

式中, (9) $E_{\text{FGB}}(x', z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}x'^2\right] \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{FGB}}(x', 0) \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax'^2 - 2x'x)\right] dx' \quad (10)$

FGB 的 M^2 因子和束宽(二阶矩定义)分别为^[6]:

$$M_{\text{FGB}}^2 = \frac{2^{1-N_{\text{FGB}}}}{N_{\text{FGB}}!} \frac{\Gamma(2N_{\text{FGB}} + 1.5) \sum_{m_1=0}^{N_{\text{FGB}}} \sum_{m_2=0}^{N_{\text{FGB}}} \frac{2^{-(m_1+m_2)}}{m_1! m_2!} \Gamma(m_1 + m_2 + 1.5)}{\sum_{m_1=0}^{N_{\text{FGB}}} \sum_{m_2=0}^{N_{\text{FGB}}} \frac{2^{-(m_1+m_2)}}{m_1! m_2!} \Gamma(m_1 + m_2 + 0.5)} \quad (11)$$

$$W_{\text{FGB}}^2(z) = \frac{2}{N_{\text{FGB}} + 1} \frac{\sum_{m_1=0}^{N_{\text{FGB}}} \sum_{m_2=0}^{N_{\text{FGB}}} \frac{2^{-(m_1+m_2)}}{m_1! m_2!} \Gamma(m_1 + m_2 + 1.5)}{\sum_{m_1=0}^{N_{\text{FGB}}} \sum_{m_2=0}^{N_{\text{FGB}}} \frac{2^{-(m_1+m_2)}}{m_1! m_2!} \Gamma(m_1 + m_2 + 0.5)} + \frac{2^{3-2N_{\text{FGB}}}(N_{\text{FGB}} + 1)}{k^2 w_{02}^2 (N_{\text{FGB}}!)^2} \frac{\Gamma(2N_{\text{FGB}} + 1.5)}{\sum_{m_1=0}^{N_{\text{FGB}}} \sum_{m_2=0}^{N_{\text{FGB}}} \frac{2^{-(m_1+m_2)}}{m_1! m_2!} \Gamma(m_1 + m_2 + 0.5)} \quad (12)$$

式中, Γ 为伽玛函数。

2 平顶多高斯光束与平顶高斯光束传输特性的比较

由(3)式和(6)式可得到具有相同 M^2 因子的 FMGB 与 FGB 阶数之间的关系, 计算结果见图 1。对计算结果进行多项式拟合, 得到一个 N_{FMGB} 与 N_{FGB} 拟合效果很好的近似公式:

$$N_{\text{FMGB}} = \sum_{j=0}^6 a_j (N_{\text{FGB}} - x_0)^j \quad (13)$$

式中, N_{FGB} 为 FGB 的阶数, w_{02} 为束腰宽度。

在近轴近似成立前提下, FMGB 通过无光阑限制 ABCD 光学系统的光强分布为:

$$I_{\text{FMGB}}(x, z) = E_{\text{FMGB}}(x', z) E_{\text{FMGB}}^*(x', z) \quad (4)$$

式中, $E_{\text{FMGB}}(x', z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \exp\left[-\frac{ikD}{2B}x'^2\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} E_{\text{FMGB}}(x', 0) \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax'^2 - 2x'x)\right] dx' \quad (5)$

式中, k 表示波数, λ 为波长, * 表示复共轭, A, B 和 D 表示 ABCD 光学系统的变换矩阵元素。FMGB 的 M^2 因子和束宽(二阶矩定义)分别为^[5]:

式中, $x_0 = 31.285$, $a_0 = 6.82862$, $a_1 = 1.0136 \times 10^{-1}$, $a_2 = 2.95866 \times 10^{-4}$, $a_3 = 5.28719 \times 10^{-6}$, $a_4 = -1.82802 \times 10^{-6}$, $a_5 = 4.72395 \times 10^{-8}$, $a_6 = -3.48043 \times 10^{-4}$ 。

下面选取有相同 M^2 因子的这两类光束通过薄透镜的传输进行比较。

FMGB 和 FGB 和通过 ABCD 光学系统的广义菲涅耳数分别为:

$$F_{\text{FMGB}} = A W_{\text{0FMGB}}^2 / \lambda B \quad (14)$$

和 $F_{\text{FGB}} = A W_{\text{0FGB}}^2 / \lambda B \quad (15)$

式中, W_{0FMGB}^2 和 W_{0FGB}^2 分别为 FMGB 和 FGB 在 $z = 0$ 处基于二阶矩定义的束宽

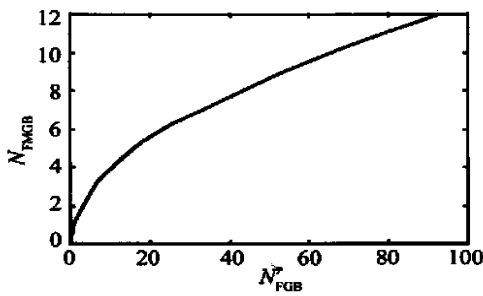


Fig. 1 The relation between N_{FMGB} and N_{FGB} of both FMGB and FGB having the same M^2 factor

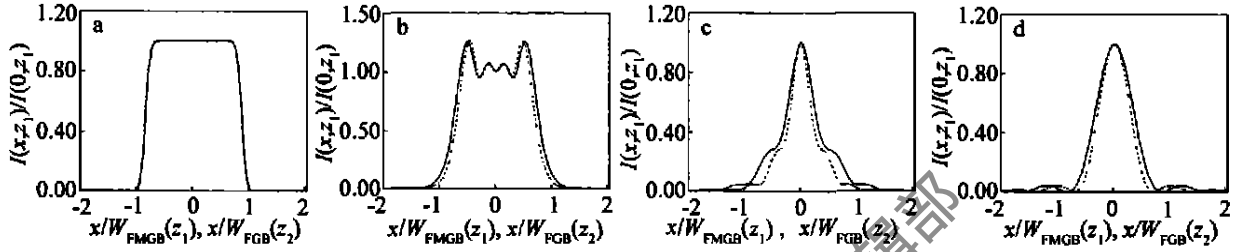


Fig. 2 Relative intensity distribution $I(x, z_i)/I(0, z_i)$ ($i = 1, 2$) of a FMGB (—) and a FGB (---) with the same $M^2 = 2.06$ and $w_0 = 75\mu\text{m}$, but different W_0 focused by a lens of focal length $f = 20\text{mm}$ a- $z_1 = z_2 = 0$ b- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 5$ ($z_1 = 16.6\text{mm}, z_2 = 1.6\text{mm}$) c- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 1$ ($z_1 = 19.2\text{mm}, z_2 = 6.0\text{mm}$) d- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 0$ ($z_1 = z_2 = 20\text{mm}$). The other calculation parameters are seen in the text

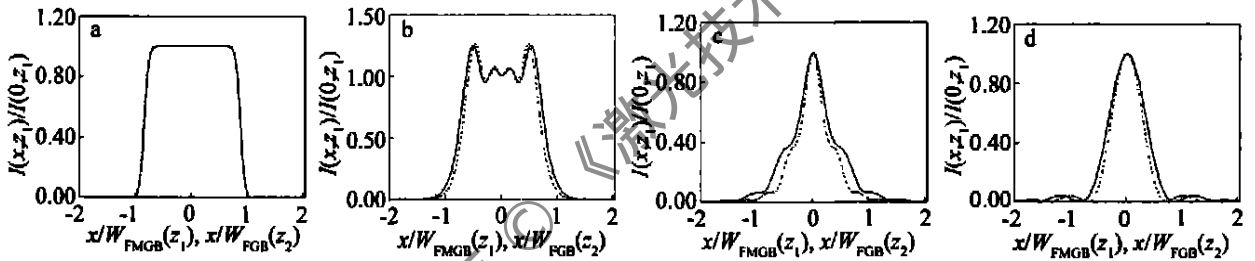


Fig. 3 Relative intensity distribution $I(x, z_i)/I(0, z_i)$ ($i = 1, 2$) of a FMGB (—) and a FGB (---) with the same $M^2 = 2.06$ and $W_0 = 82.76\mu\text{m}$, but different w_0 focused by a lens of focal length $f = 20\text{mm}$ a- $z_1 = z_2 = 0$ b- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 5$ ($z_1 = z_2 = 1.6\text{mm}$) c- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 1$ ($z_1 = z_2 = 6.0\text{mm}$) d- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 0$ ($z_1 = z_2 = 20\text{mm}$)

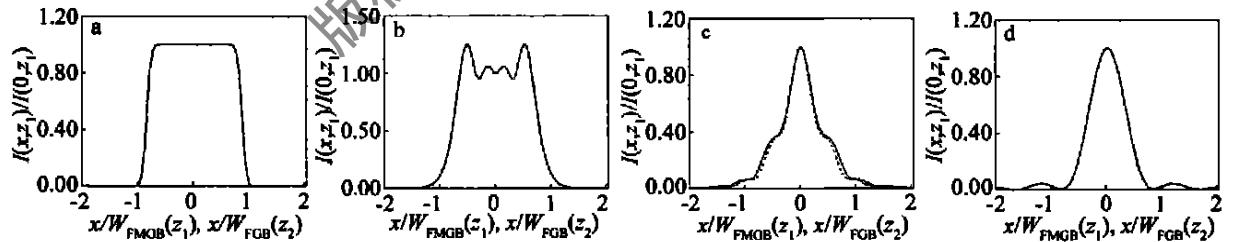


Fig. 4 Relative intensity distribution $I(x, z_i)/I(0, z_i)$ ($i = 1, 2$) of a FMGB (—) and a FGB (---) with the same $M^2 = 2.06$, but different W_0 and w_0 focused by a lens of focal length $f = 20\text{mm}$ a- $z_1 = z_2 = 0$ b- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 5$ ($z_1 = 16.6\text{mm}, z_2 = 0.5\text{mm}$) c- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 1$ ($z_1 = 19.2\text{mm}, z_2 = 2.2\text{mm}$) d- $F_{FMGB} = F_{FGB} = 0$ ($z_1 = z_2 = 20\text{mm}$)

各图中,图 a 为入射面上 FMGB 和 FGB 的相对光强分布,图 b,图 c 和图 d 为这两类光束在广义菲涅耳数相同面上的相对光强分布。图中, z_1 为 FMGB 的传输距离, z_2 为 FGB 的传输距离; w_0, W_0 分别对 FMGB 为 w_{01}, W_{0FMGB} , 对 FGB 为 w_{02}, W_{0FGB} ; $I(x, z_1)/I(0, z_1)$ 为 FMGB 的相对光强, $I(x, z_2)/I(0, z_2)$ 为 FGB 的相对光强。图 2 中给出

设焦距为 f 的薄透镜放置于 $z = 0$ 面处,将传输矩阵:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

代入(4)式、(9)式和(14)式、(15)式,可得到 FMGB 和 FGB 在 z 面处的光强分布及相应的广义菲涅耳数表达式。

数值计算例如图 2、图 3 和图 4 所示,计算参数为: $M^2 = 2.06, N_1 = 7, N_2 = 33, \lambda = 0.8\mu\text{m}, f = 20\text{mm}$ 。

了有相同 M^2 因子和 w_0 、但不同 W_0 的 FMGB 和 FGB 通过透镜传输的相对光强分布,计算参数为: $w_{01} = w_{02} = 75\mu\text{m}, W_{0FMGB} = 623.15\mu\text{m}, W_{0FGB} = 82.76\mu\text{m}$,由图 2 可看出,当 M^2 因子和 w_0 相同时,FMGB 和 FGB 经透镜变换后,虽然 W_{0FMGB} 与 W_{0FGB} 不同,且传输距离也不同,但在广义菲涅耳数相同的面上,它们具有极为相似的光强分布。图 3

中给出了有相同 M^2 因子和 W_0 、但不同 w_0 的 FMGB 和 FGB 通过透镜传输的相对光强分布, 计算参数为: $W_{0\text{FMGB}} = W_{0\text{FGB}} = W_0 = 82.76\mu\text{m}$, $w_{01} = 10\mu\text{m}$, $w_{02} = 75\mu\text{m}$, 由图 3 可看出, 当 M^2 因子和 W_0 相同时, FMGB 和 FGB 在相同传输距离 z 处, 虽然初始束腰 w_0 不同, 但在广义菲涅耳数相同的面上, 它们的光强分布极为相似。图 4 中给出了有相同 M^2 因子、但不同 w_0 和 W_0 的 FMGB 和 FGB 通过透镜传输的相对光强分布, 计算参数为: $w_{01} = 75\mu\text{m}$, $w_{02} = 40\mu\text{m}$, $W_{0\text{FMGB}} = 623.15\mu\text{m}$, $W_{0\text{FGB}} = 44.14\mu\text{m}$, 由图 4 可看出, 即使束腰宽度不相同, 传输距离也不同, 但只要满足这两类光束的广义菲涅耳数相同, 则在广义菲涅耳数相同的面上, 这两类光束就具有极为相似的光强分布。此外, 还对 FMGB 和 FGB 通过 ABCD 光学系统和自由空间的传输作了大量数值计算比较, 结果表明上述结论同样是正确的。

3 小结

对 FMGB 和 FGB 的一致性作了研究。对此, 用两个物理参数, 即 M^2 因子和以二阶矩定义束宽表示的广义菲涅耳数, 将 FMGB 和 FGB 联系起来, 并推导出了有相同 M^2 因子的 FMGB 和 FGB 的阶数 N_{FMGB} 和 N_{FGB} 之间的关系式。得出的主要结论是: 具有相同 M^2 因子的 FMGB 和 FGB, 无论它们的束宽是否相同, 当通过无光阑限制近轴 ABCD 光

学系统时, 在广义菲涅耳数相同的面上, 它们具有极为相似的光强分布。因此, 可视研究问题的方便, 使用 FMGB 或 FGB 模型对实际平顶分布光束作计算模拟, 所得结果是一致的, 这给应用带来了方便。例如, 对激光聚变驱动器中的光传输, 国内外学者用 SGB 光束模型已作了大量计算模拟和与实验比较工作, 得到了满意的结果。该文和文献 [7] 中的研究表明, 若采用适当选取参数的 FGB 或 FMGB 模型, 原则上应得到相同的结果。为说明主要物理问题, 文中的计算是针对二维 FMGB 和 FGB 进行的, 但所得结论可直接推广用于三维 FMGB 和 FGB。

参考文献

- [1] PARENT A, MARIN M, LAVIGNE P. Propagation of super Gaussian field distribution [J]. Opt & Quant Electron, 1992, 24: 1071~ 1079.
- [2] GORI F. Flattened Gaussian beams [J]. Opt Commun, 1994, 107: 335~ 341.
- [3] LÍ B D, MA H. Coherent and incoherent combinations of off axis Gaussian beams with rectangular symmetry [J]. Opt Commun, 1999, 171: 185~ 194.
- [4] TOVA A T. Propagation of flat topped multi Gaussian laser beams [J]. JOSA, 2001, A18: 1897~ 1904.
- [5] LÍ B Z, LÍ B D. Irradiance moments characterization of off axis Gaussian beam combinations by means of the wigner distribution function [J]. Optik, 2002, 113: 469~ 475.
- [6] LÍ B D, LUO Sh R, ZHANG B. Propagation of flattened Gaussian beams with rectangular symmetry passing through a paraxial optical ABCD system with and without aperture [J]. Opt Commun, 1999, 164: 1~ 6.
- [7] 罗时荣, 吕百达, 张彬. 平顶高斯光束与超高斯光束传输特性的比较研究 [J]. 物理学报, 1999, 48: 1446~ 1451.

(上接第 526 页)

时设置其它与数字化采集相关的参数, 如 P , I , D 参数及进给速度等, 最终得到的是工件模型表面的激光数字化采集数据, 并对激光数字化采集的数据在计算机中进行处理及图形仿真。实验表明, 该系统可以测量采集倾角 $\leq \pm 75^\circ$ 的自由表面。激光数字化仪的稳定性精度为: $\pm 0.0162\text{mm}$, 重复精度为 $\pm 0.0351\text{mm}$, 在 $\pm 1\text{mm}$ 测量范围内的线性精度为 $\pm 0.077\text{mm}$ 。在激光数字化采集时, 激光数字化仪只工作在零点附近, 因此, 上述精度能够满足一般数控仿形加工中的精度要求。

4 结论

研究开发的激光数字化采集和加工系统采用了一种新型的数字化采集方法, 这主要是面向生产实际, 用非接触的激光数字化仪代替传统的接触式测头, 来实现数控仿形加工中的数字化采集。该方法

用于数控仿形在国内尚属一种新的尝试。研究开发的系统, 用于数控仿形铣床上, 可以实现模具曲面的自动跟踪和数据采集, 实验证明该系统原理正确、结构简单、使用方便、跟踪稳定可靠。另外, 激光数字化采集的是工件模型实际表面坐标而不是一般接触测头仿形探针中心的坐标, 避免了接触式测头与被测表面的曲率干涉问题, 提高了测量精度。

该采集系统对被采集的模型材料要求低、适用性广, 尤其对塑料、橡胶、粘土、纤维、海绵、石膏、薄壁等易于变形模型的数字化采集, 就更显示出其非接触测量的优越性了, 具有广阔的应用前景。

参考文献

- [1] SAITO K, MIYOSHI T. Noncontact 3-D digitizing and machining system for free form surfaces [J]. Annals of the CIRP, 1991, 40 (1): 483~ 486.
- [2] AKUTA T, NEGISHI Y. Development of an automatic 3-D shape measuring system using a new auto-focusing method [J]. Measurement, 1990, 9(3): 98~ 103.