

文章编号: 1001-3806(2006)05-0465-04

# 单模光纤中椭圆双折射下偏振模色散特性研究

王 戈, 李 康\*, 孔繁敏

(山东大学 信息科学与工程学院, 济南 250100)

**摘要:** 为了分析椭圆双折射对偏振模色散的影响, 将模型中的偏振模色散(PMD)矢量及极化相关损耗(PDL)矢量设定为椭圆偏振矢量, 应用保偏光纤(PMF)级联模型和蒙特卡罗仿真方法, 研究在PDL影响下的PMD统计特性。研究表明, PMD和PDL矢量的椭圆偏振程度对PMD的统计分布和均值大小均会有影响; 在椭圆偏振和PDL的联合影响下, PMD的统计分布为 Maxwell 和 Gaussian 分布的合分布。研究结果对偏振模色散的测试、补偿和系统设计均具有参考价值。

**关键词:** 光纤光学; 偏振模色散; 概率密度函数; 蒙特卡罗仿真; 极化相关损耗; 保偏光纤级联模型

中图分类号: TN929.11 文献标识码: A

## Study of characteristics of polarization mode dispersion in single mode fibers with elliptical birefringence

WANG Ge, LI Kang, KONG Fanmin

(School of Information Science and Engineering Shandong University Jinan 250100 China)

**Abstract** In order to study the influence of elliptical birefringence on the polarization mode dispersion(PMD), the statistics of PMD with polarization dependent loss(PDL) is studied by using the polarization maintaining fiber(PMF) waveplate model and Monte Carlo simulations based on the elliptical birefringence. It is found that the elliptical birefringence affects the statistical distribution and mean values of PMD and the statistical distribution of PMD is the combination of Maxwell and Gaussian distribution. The obtained result is favor of the testing, compensation and system design of PMD.

**Key words** fiber optics; polarization mode dispersion; probability density function; Monte Carlo simulation; polarization dependent loss; PMF waveplate model

## 引言

目前, 我国光纤通信事业保持着较好的发展趋势, 光纤传输网的发展尤为迅速, 下一代系统正向单信道传输速率为 40Gbit/s 的波分复用系统和对已有线路的改造升级。而由于偏振模色散(polarization mode dispersion PMD)在高传输速率时会严重影响信号质量, 造成数字通信码间干扰, 因此已经成为影响光纤传输的一个重要因素。国际上目前对 PMD 的研究范围主要包括一阶和二阶 PMD 对数字光纤传输系统性能(包括脉冲展宽特性、误码率、功率代价和系统故障率等)的影响<sup>[1~4]</sup>; 一阶和二阶 PMD 补偿技术的研究<sup>[5~8]</sup>; 利用重要性抽样法对 PMD 极小概率范围内统计特性的研究<sup>[9, 10]</sup>等等。

PMD 的成因决定了它是具有统计特性的随机变量。它的大小和光纤的差分群时延(differential group

delay DGD)有关, 而 DGD 是一个瞬态值。之前已有学者利用保偏光纤(polarization maintaining fiber PMF)级联模型研究 PMD 或极化相关损耗(polarization dependent loss PDL)的统计特性<sup>[11, 12]</sup>, 但是主要将级联模型中的双折射设定为线性双折射。由于一般情况下单模光纤及光纤器件中双折射呈现为椭圆双折射, 故研究椭圆双折射对 PMD 统计特性的影响就非常有意义。作者由此出发, 兼顾 PDL 的影响, 应用蒙特卡罗仿真法得到 PMD 的统计特性分布, 并得出概率密度函数式。

## 1 理论推导

偏振模色散是光纤内在固有的特性, 是由光纤中两个正交偏振态的光的传播速度不同引起的。双折射的随机变化和随机的模式耦合造成了偏振模色散的统计分布。在不考虑 PDL 的情况下, 一阶偏振模色散的统计特性呈现为 Maxwell 分布<sup>[13]</sup>。

本文中仍采用光纤的级联模型作为研究基础, 将光纤看作是 N 节保偏光纤的级联, 每节均有两个相互正交的偏振态, 随机的模式耦合只发生在各节的级联处, 用  $\beta_j$  来表示第  $j$  节内的差分群时延 DGD 值, 而  $\vec{\beta}_j$

作者简介: 王 戈(1980-), 男, 硕士研究生, 主要从事光纤偏振模色散方面的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: kangl@sdu.edu.cn

收稿日期: 2005-08-16 收到修改稿日期: 2006-03-16

就代表该节的 PMD 矢量, 同样用  $\alpha_j$  来表示第  $j$  节内以 dB 为单位的极化相关损耗 PDL 值, 于是光纤的 PDL 统计均值  $|\alpha| = 10 \log_{10} \exp(2\alpha_j)$ <sup>[12, 14]</sup>, 相应的  $\vec{\alpha}_j$  就是第  $j$  节内的 PDL 矢量。假设  $\vec{\beta}_j$  和  $\vec{\alpha}_j$  平行, 则 PMD 矢量和 PDL 矢量在 Stokes 空间内的方向可由图 1 表示。

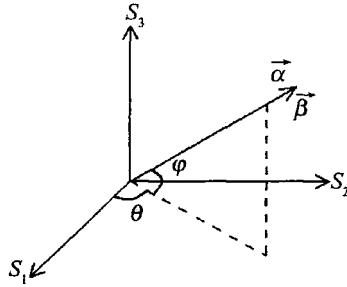


Fig 1 Representation of PMD vector  $\vec{\beta}_j$  and PDL vector  $\vec{\alpha}_j$  in Stokes space

由图 1 可看出, PMD 矢量方向由  $\theta$  和  $\varphi$  两个角度决定, 其中的  $\varphi$  角叫做椭圆度角, 代表某节内 PMD 矢量的椭圆偏振程度, 可看出,  $\varphi=0$  时, PMD 和 PDL 矢量都是线偏振矢量, 所以有  $0 < |\varphi| < \pi/2$ , 以  $\vec{e}_j$  来表示 Stokes 空间内 PMD 矢量的单位方向, 则有:  $\vec{\beta}_j = \beta_j [\cos\varphi \cdot \cos\theta \cos\varphi \cdot \sin\theta \sin\varphi], \vec{\alpha}_j = \alpha_j [\cos\varphi \cdot \cos\theta \cos\varphi \cdot \sin\theta \sin\varphi], \vec{e}_j = [\cos\varphi \cdot \cos\theta \cos\varphi \cdot \sin\theta \sin\varphi]$ 。

级联模型下 DGD 值可以由主态矢量  $\vec{W}_N$  得出<sup>[11]</sup>:

$$\begin{aligned} \vec{W}_N = & \vec{B}_N + (\vec{e}_N \cdot \vec{W}_{N-1}) \vec{e}_N + \\ & \cosh(\alpha_N - \beta_N \omega) [\vec{W}_{N-1} - (\vec{e}_N \cdot \vec{W}_{N-1}) \vec{e}_N] + \\ & i \sinh(\alpha_N - \beta_N \omega) \vec{e}_N \cdot \vec{W}_{N-1} \end{aligned} \quad (1)$$

式中的初使条件为  $\vec{W}_0 = 0$ ,  $\omega$  是入射光的光频率, 文中取  $\omega = 1213.5 \text{ rad/ps}$  对应光波长为  $1550 \text{ nm}$ 。由 (1) 式可以看出  $\vec{W}$  在 PDL 存在时始终是一个复数矢量。有效 DGD 值可以用下面两式得出:

$$x^2 = \vec{W} \cdot \vec{W} \quad (2)$$

$$x = \pm (\tau + i\alpha_{\text{PDL}}) \quad (3)$$

(3) 式中的  $\tau$  便是整根光纤中的有效差分群时延值,  $\alpha_{\text{PDL}}$  则代表 PDL 的影响。

## 2 数值仿真过程及结果

文中对 PMD 统计特性的研究建立在对包含各种数值的  $\alpha_j$  和  $\beta_j$  及  $\varphi$  值的级联段的研究上, 计算  $2 \times 10^5$  根光纤的 DGD 值, 其中每根光纤的级联段取 100, 即  $N = 100$ , 对于每一级联段,  $\beta_j$  的值在  $-\beta_{\max}$  到  $+\beta_{\max}$  上均匀分布, 根据整根光纤 DGD 均值的大小来决定  $\beta_{\max}$  的值;  $\alpha_j$  的值在  $-\alpha_{\max}$  到  $+\alpha_{\max}$  上均匀分布, 同样  $\alpha_{\max}$  的值也取决于整根光纤 PDL 值的大小;  $\theta$  在

0 到  $2\pi$  上均匀分布;  $\varphi_j$  在 0 到  $\varphi_{\max}$  上均匀分布。

图 2 是  $\alpha_{\max} = 0.1382$ ,  $\beta_{\max} = 1$ ,  $\varphi_{\max}$  分别为  $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  时的 DGD 蒙特卡罗仿真图, 对应的光纤  $|\alpha|$  值为 6dB, DGD 均值为 5ps,  $M$  是一个处于 0 和 1 之间的分布系数, 代表合分布中 Maxwell 分布的成分, 其取值与  $|\alpha|$  有关。

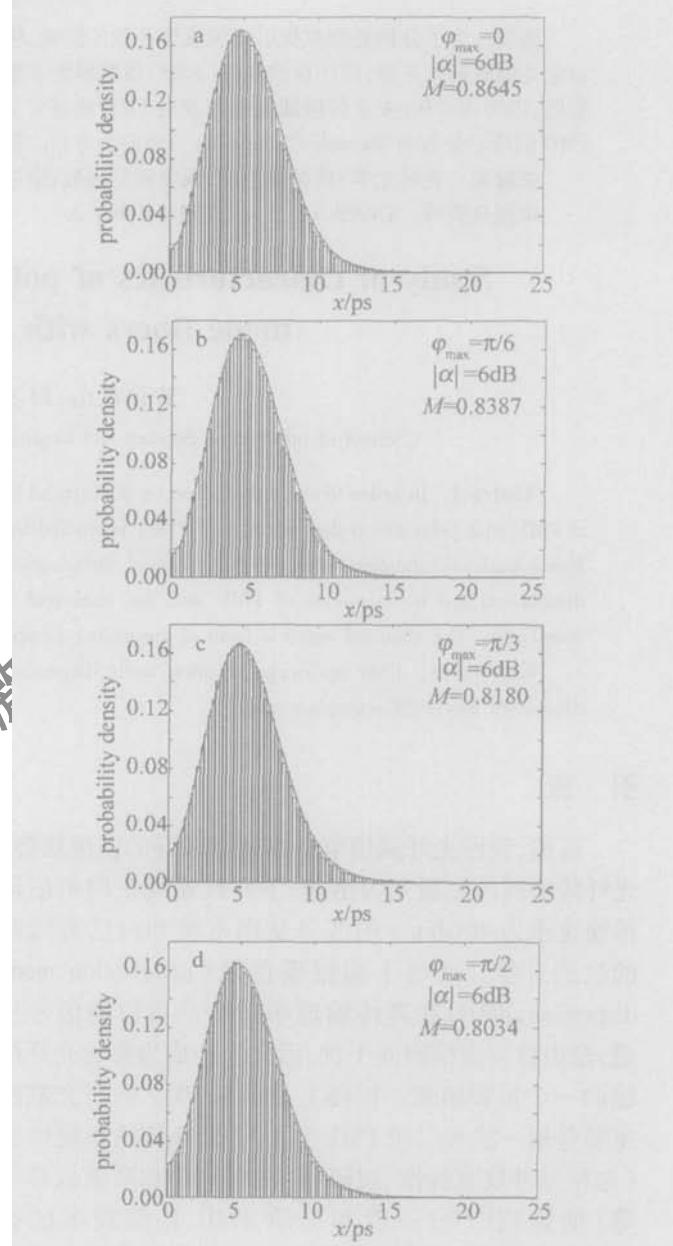


Fig 2 Histograms of polarization mode dispersion, solid lines are the fitting curves by using the combination of Gaussian and Maxwell distribution as shown in equation (4)

为了得到仿真图所表达的概率密度函数式, 以同样方法做出  $|\alpha| = 0 \text{ dB}, |\alpha| = 8 \text{ dB}, |\alpha| = 10 \text{ dB}, |\alpha| = 12 \text{ dB}$  以及  $|\alpha| = 16 \text{ dB}$  时 DGD 在不同椭圆度角下的仿真柱状图。根据参考文献 [11] 中的结论, 可先假定得到的概率密度函数式是 Maxwell 分布和 Gaussian 分布的合分布式, 再采用曲线拟合的方法得出概率密度函数式:

$$F(x) = M \cdot \frac{32}{\pi^2} \cdot \frac{7}{x^2} \cdot \exp\left(\frac{-389x^2}{\pi^2}\right) + \\ (1-M) \cdot \frac{2}{\pi x^2} \cdot \exp\left(\frac{-\pi x^2}{8x^2}\right) \quad (4)$$

(4)式是一个 Maxwell 分布和 Gaussian 分布的合分布表达式。 $x$  代表 DGD 值, 单位是 ps;  $\bar{x}$  代表 DGD 的均值。式中参数均是反复试验得出, 在不同的  $|\alpha|$  值和椭圆度角下均与所得的仿真图拟合良好。关于(4)式的有效性将在下一节中进一步论述。

由图 2 可看出: 在  $|\alpha|$  均值一定的情况下,  $\varphi_{\max}$  对 DGD 的概率分布是有影响的。如考虑  $|\alpha|$  为 6dB, 对应  $\varphi_{\max}$  分别为  $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  时, 概率密度函数中 Maxwell 的成分分别为 86.45%, 83.87%, 81.80%, 80.34%, 呈现下降趋势, 在  $\varphi_{\max}$  以  $\pi/6$  的幅度递增时,  $M$  值的降幅也略增。同样考虑  $|\alpha|$  为 8dB, 10dB, 12dB 等值情况下的概率密度函数变化, 也可得到上述结论, 且随着  $|\alpha|$  值的增大, 图形的变化会愈加明显, 由于篇幅关系, 这里不将图形一一列出。在 PDL 值和椭圆度角  $\varphi$  的联合影响下, DGD 的统计分布是一个 Maxwell 分布和 Gaussian 分布的合分布。

为了表现出  $\varphi_{\max}$  值与 DGD 均值的关联性, 使  $\varphi_{\max}$  在 0 到  $\pi/2$  间取 9 个不同的点, 然后分别考虑  $|\alpha| = 0$  dB,  $|\alpha| = 10$  dB 以及  $|\alpha| = 16$  dB 时,  $\varphi_{\max}$  在 9 个点上对应的 DGD 均值, 可得到图 3。由图 3 可看出,  $|\alpha|$  值一定时, DGD 均值会随  $\varphi_{\max}$  的增大而增大, 而且  $|\alpha|$  的值越大, 增大的幅度就越明显。

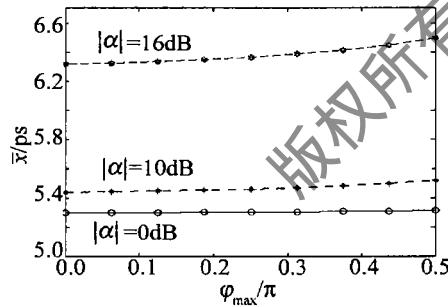


Fig. 3 Mean DGD change with angle  $\varphi_{\max}$  for various  $|\alpha|$

### 3 结果比较

为了验证(4)式的有效性, 与前人的结论做一下比较。参考文献 [10] 中对 PMD 和 PDL 矢量呈线偏振情况下的 PMD 统计特性做了分析, 计算  $10^4$  根光纤的 DGD 值, 其中每根光纤的级联段取 500 即  $N = 500$ , 每节中的 DGD 大小均为 0.0494ps (这使整根光纤的 DGD 均值为 1ps 左右), 分别令  $\alpha_{\max}$  在  $[-0.5\text{dB}, 0.5\text{dB}]$  和  $[-1.0\text{dB}, 1.0\text{dB}]$  上均匀分布, 不考虑椭圆度角的影响, 得出仿真柱状图 (见图 4), 并得出概率密度函数式为:

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}\sigma} \left[ 1 + \left( 2 \frac{x^2}{\sigma^2} M \right) \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right) \right] \quad (5)$$

可见(5)式也是一个 Maxwell 分布和 Gaussian 分布的合分布表达式。 $\sigma$  是一个和 DGD 均值有关的量, 单位是 ps

图 4 中的包络曲线根据参考文献 [10] 中提供的  $M, \sigma$  数据依照(5)式画出。

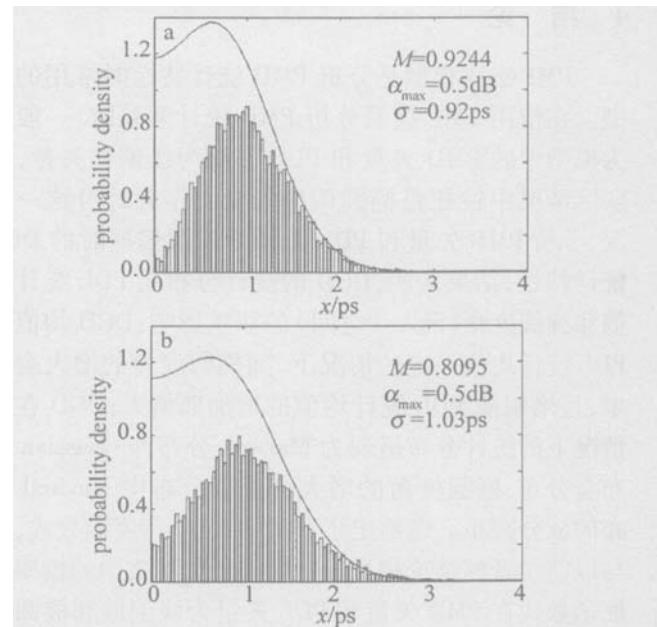


Fig. 4 Histograms of polarization mode dispersion, solid lines are the fitting curves by using the combination of Gaussian and Maxwell distributions as shown in equation(5)

由图 4 可看出, (5)式和仿真图结合得并不是很好, 在(5)式的基础上改变  $M$  和  $\sigma$  的参数设置仍不能很好地与仿真柱状图结合 (本文中没有将改变参数后的曲线图一一列出), 这说明(5)式并不能表达出这一情况下的 PMD 统计特性。在同一柱状图下应用(4)

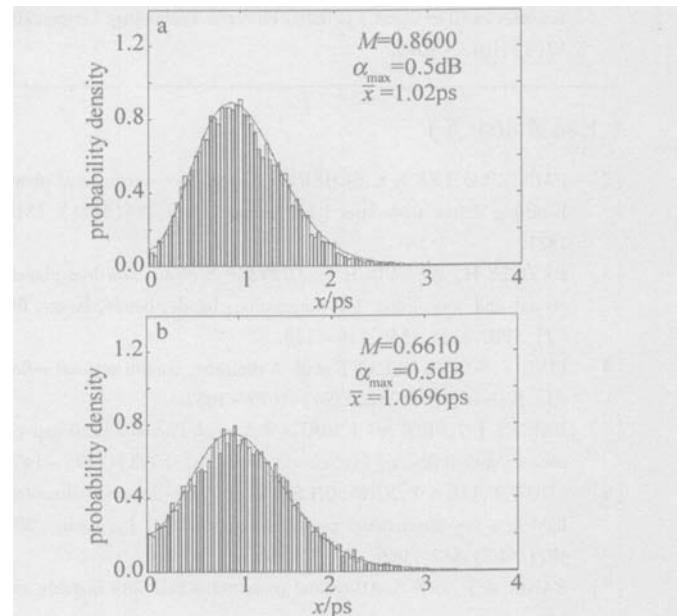


Fig. 5 Histograms of polarization mode dispersion, solid lines are the fitting curves by using the combination of Gaussian and Maxwell distributions as shown in equation(4)

式可得出图 5。

由图 5 可看出, 对于同一柱状图, 应用(4)式得到的函数曲线显然要优于(5)式的函数曲线。可见(4)式在 PMD, PDL 矢量为线偏振和椭圆偏振时均能比较好地表示出 DGD 的概率密度函数。

## 4 结 论

PMF 级联模型是分析 PMD 统计特性时常用的模型。在使用 PMF 模型分析 PMD 统计问题时, 一般认为模型中的 PMD 矢量和 PDL 矢量为线偏振矢量, 而实际情况中往往是椭圆偏振矢量。作者针对这一情况, 分析 PMD 矢量和 PDL 矢量为椭圆偏振时的 DGD 统计特性, 结果表明, DGD 的统计分布受 PDL 统计均值和椭圆度角 (Stokes 空间) 的双重影响: DGD 均值在 PDL 统计均值一定的情况下, 随椭圆度角的增大会略增, 且增幅随 PDL 统计均值的增加而增大; DGD 在此情况下的统计分布呈现为 Maxwell 分布和 Gaussian 分布合分布, 椭圆度角的增大会使合分布中 Maxwell 分布的成分减小。还给出了 DGD 的概率密度函数式, 并与以前学者的结论相比较, 结果说明, 本文中的概率密度函数式在 PMD 矢量和 PDL 矢量为线偏振和椭圆偏振时均能较好地表示出 PMD 的统计特性。因此, 这个结论函数式具有普遍意义, 结果对偏振模色散的补偿和高速系统的设计工作都有一定的参考作用。

## 参 考 文 献

- [1] WILLNER A E, REZA S M, NEZAM M. Monitoring and control of polarization-related impairments in optical fiber systems [J]. IEEE Journal of Lightwave Technology, 2004, 22(1): 106~122.
- [2] ANTONELLI C, MECOZZIA A, CORNIK K. PMD-induced penalty statistics in fiber links [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2005, 17(5): 1013~1015.

(上接第 464 页)

- [2] PAINTER O, LEE R K, SCHERER A et al. Two-dimensional photonic bandgap defect mode laser [J]. Science, 1999, 284(5421): 1819~1821.
- [3] BENISTY H, WEISBUCH C, OLIVIER S et al. Low-loss photonic crystal and monolithic InP integration bands bends lasers filters [J]. SPIE, 2004, 5360: 119~128.
- [4] FNK Y, WU JN, FAN S et al. A dielectric omnidirectional reflector [J]. Science, 1998, 282(5394): 1679~1682.
- [5] KNIGHT J C, BROENG J, BIRKSTAD T A et al. Photonic band gap guidance in optical fibers [J]. Science, 1998, 282(5393): 1476~1478.
- [6] CHOW E, LIU S Y, JOHNSON S G et al. Three-dimensional control of light in a two-dimensional photonic crystal slab [J]. Nature, 2000, 407(6807): 983~986.
- [7] YANIK M F, FAN S. All-optical transistor action with bistable switching in a photonic crystal cross-waveguide geometry [J]. Opt Lett, 2003, 28(24): 2506~2508.

- [3] WINKLER P J, KOGEIN K H, RAMANNAN K. Precise outage specifications for first-order PMD [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(2): 449~451.
- [4] GRAVEMANN T, KISSING J, VOGES E. Signal degradation by second-order polarization-mode dispersion and noise [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(3): 795~797.
- [5] HEISMANN F. Improved optical compensator for first-and second-order polarization-mode dispersion [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2005, 17(5): 1016~1018.
- [6] HEISMANN F. Improved phase delays for optic compensation of polarization-mode dispersion [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(12): 2616~2618.
- [7] KEDA K. PMD compensator with second-order PMD mitigation using mode coupled fixed delay [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(1): 105~107.
- [8] WU W L, QIU Q. Research of the technology of compensating single mode fiber dispersion by high-mode fiber [J]. Laser Technology, 2004, 28(3): 303~311 (in Chinese).
- [9] BONDINI G, KATH W L. Polarization-mode dispersion emulation with Maxwellian lengths and importance sampling [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2004, 16(3): 789~791.
- [10] YAN L, SHI HAUER M, SHI Y. Polarization-mode dispersion emulator using variable differential group delay (DGD) elements and its use for experimental importance sampling [J]. IEEE Journal of Lightwave Technology, 2004, 22(4): 1051~1058.
- [11] CHEN L, CAMERON J, BAO X. Statistics of polarization mode dispersion in presence of the polarization-dependent loss in single mode fibers [J]. Opt Commun, 1999, 169: 69~73.
- [12] LU P, CHEN L, BAO X. Statistical distribution of polarization-dependent loss in the presence of polarization-mode dispersion in single-mode fibers [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2001, 13(5): 452~453.
- [13] BONDINI G, KATH W L. Importance sampling for polarization-mode dispersion techniques and applications [J]. IEEE Journal of Lightwave Technology, 2004, 22(4): 1210.
- [14] LU P, CHEN L, BAO X. Polarization mode dispersion and polarization-dependent loss for a pulse in single-mode fiber [J]. IEEE Journal of Lightwave Technology, 2001, 19(6): 856~857.

- [8] SOON B Y, HAUS J W. One-dimensional photonic crystal optical limiter [J]. Optics Express, 2003, 11(17): 2007~2018.
- [9] PAN Y ZH, ZHANG J, HU G J et al. Photonic crystal fiber and laser [J]. Laser Technology, 2004, 28(1): 48~51 (in Chinese).
- [10] TRAN P. Optical limiting and switching of short pulses by use of a nonlinear photonic bandgap structure with a defect [J]. J Opt Soc Am, 1997, B14(10): 2589~2595.
- [11] WANG R, DONG J X, NG D Y. Dispersive optical bistability in one-dimensional doped photonic band gap structures [J]. Phys Rev, 1997, E55: 6301~6304.
- [12] LIDORIKIS E, BUSCH K, LIQ M et al. Optical nonlinear response of a single nonlinear dielectric layer sandwiched between two linear dielectric structures [J]. Phys Rev, 1997, B56: 15090~15099.