

文章编号: 1001-3806(2007)01-0008-04

## 激光等离子体中密度孤波和自生磁场的数值模拟

周素云<sup>1</sup>, 刘三秋<sup>1\*</sup>, 陶向阳<sup>2</sup>

(1. 南昌大学 材料学院, 南昌 330047; 2. 江西师范大学 物理与通讯电子学院, 南昌 330027)

**摘要:** 为了深入理解激光与等离子体相互作用时产生的密度孤波和自生磁场的形成机制, 从动力论出发, 数值模拟了从波-波、波-粒相互作用出发的轴对称柱坐标下的密度扰动非线性控制方程, 得到了密度孤波和自生磁场的形成和演化过程。数值结果表明, 强度为  $4 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  的激光打靶时形成的孤波最大密度扰动率达到 82%, 并产生 30T 的自生磁场, 与实验测量结果相符合, 为密度孤波和自生磁场的形成提供了理论依据。

**关键词:** 激光物理; 密度孤波与自生磁场; 模拟; 坍塌

**中图分类号:** O53      **文献标识码:** A

## Simulation of density solitons and self-generated magnetic field in laser plasma

ZHOU Su-yun<sup>1</sup>, LIU San-qi<sup>1\*</sup>, TAO Xiang-yang<sup>2</sup>

(1. Institute of Material Nanchang University, Nanchang 330047, China; 2. Institute of Physics and Electrical Communication, Jiangxi Normal University, Nanchang 330027, China)

**Abstract** For exploring the mechanism of formation of density solitons and self-generated magnetic field in laser plasma their evolution is numerically simulated by using of nonlinear equation for density disturbance in axisymmetric cylindrical coordinate. The simulation results show that laser with intensity of  $4 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  irradiation on target produces solitons with density disturbance rate of 82%. At the same time, self-generated magnetic field about 30T along the propagation axes is induced. These results are consistent with observed results.

**Key words** laser physics; density soliton and self-generated magnetic field; simulation; collapse

### 引 言

实验发现, 激光与等离子体相互作用时, 在临界面附近能观察到几乎静止的密度孤波, BORGHESI<sup>[1]</sup> 等人用高强度激光入射到欠稠密等离子体中, 用质子影像技术 (proton image) 观察到类似空泡的孤波结构。孤波的最大密度排空率与入射激光强度和临界面密度有关。另外一个重要现象是同时探测到高强度的自生磁场, 现代测量技术使得精确测量孤波结构和自生磁场强度成为可能。由于孤波和自生磁场是惯性约束核聚变<sup>[2]</sup>、粒子加速<sup>[3]</sup>、X 射线源<sup>[4]</sup> 的重要研究课题, 孤波和自生磁场的产生机制一直是理论研究者所关注的课题, 但是大部分理论把孤波和自生磁场分立开来研究。关于孤波形成的理论主要有 Kdv 方程<sup>[5]</sup> 和 Zakharov 方程<sup>[6]</sup>。Kdv 方程是从流体动力学出发的偏微分方程, 但是这种流体模型不能处理粒子和波共振问

题, 其适用范围是热速度小于波的相速。Zakharov 方程描述了朗缪尔和横等离激元的坍塌驱动等离子体离声运动从而形成孤波, 但是它没有考虑自生磁场效应。当然还有其它孤波方程<sup>[7]</sup>。文献 [8] 中总结了激光等离子体中自生磁场产生的机制。作者为了解决以上这些问题, 采用文献 [9] 中的包括自生磁场效应的密度扰动非线性控制方程来模拟孤波和自生磁场的形成。其主要思想是: 在临界面附近, 入射的高频横场与反射的高频横场合成低频横场和低频纵场, 低频横场诱发低频磁场, 其中高频横场的频率  $\omega_p$  接近等离子体频率  $\omega_{pe}$ , 其色散关系为:  $\omega_p \approx \omega_{pe} + k^2 c^2 / 2\omega_{pe}$ , 其中  $\omega_{pe} \gg kc$ ,  $k$  为波矢, 满足这种色散关系的横模称为横等离子体波或横等离激元, 并且它的群速远小于光速, 和朗缪尔等离激元一样, 能稳固地“滞留”在激发源区而不易逃逸, 因而与纵等离激元有较强的耦合。其典型的非线性耦合相互作用是波-粒散射和波-波合成:  $l + e \leftrightarrow p + e'$ ,  $l + i \leftrightarrow p + i'$ ,  $l + l' \leftrightarrow p$ 。横等离激元与离声波互相调制形成的包络波出现不稳定性增长, 即调制不稳定, 其非线性发展导致电磁场的坍塌, 激元变得越来越强, 通过有质动力驱动电子向外运动, 电子移动产生的空间电场力拖动离子向外运动, 形成密度空穴。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10445007)

作者简介: 周素云 (1971-), 女, 博士研究生, 主要从事激光等离子体方面的研究工作。

E-mail: sqli@ncu.edu.cn

收稿日期: 2006-01-09; 收到修改稿日期: 2006-02-28

这套自生磁场方程不仅考虑两波相互作用,还考虑了三波以上相互作用和波粒散射作用,这些相互作用是不可忽略的,并且在高频场的演化方程中如果去掉自生磁场就与 Zakharov 方程一致。通过数值模拟这套自生磁场方程,得到了非相对论条件下激光与等离子体相互作用时孤波和自生磁场的形成和演化过程。

## 1 密度扰动的非线性控制方程

从无碰撞等离子体动力学方程——伏拉索夫方程和麦克斯韦方程出发:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{F} = c(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

$f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  表示等离子体中某种粒子的分布函数,并且满足以下归一化条件, $\mathbf{j}$  是流密度函数,其余物理量与标准物理量一致。把分布函数和场分成规则(或未扰)部分和湍动(或扰动)部分,并假定未扰电磁场消失。假设  $|E|^2$  较弱,电场能量  $|E|^2/8\pi$  小于等离子体粒子的热平衡能量  $n_0 T_0$  (温度  $T_0$  用能量为单位),即:

$$\bar{W} = \frac{|E|^2}{8\pi n_0 T_0} \ll 1 \quad (6)$$

可以把分布函数的扰动部分展开为扰动电场的幂级数,能得到直至三级的非线性流密度,由于离子质量比电子质量大得多,总是可以忽略离子对流密度的贡献。对高频波,有  $\omega \gg kv_{te} \gg kv_{ti}$ , 其中  $v_{te}$ ,  $v_{ti}$  分别表示电子热速度和离子热速度,考虑横等离激元的色散关系:  $\omega_p \approx \omega_{pe} \gg k \cdot \mathbf{v}$ , 其群速远小于光速,最后得到时空包络场的动力学方程和低频密度扰动方程:

$$\frac{2i}{\omega_{pe}} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{c}{\omega_{pe}^2} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{n'(\mathbf{r}, t)}{n_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{ie}{m_e c \omega_{pe}} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{B}_s(\mathbf{r}, t) \quad (7)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v_s^2 \nabla^2 \right) n'(\mathbf{r}, t) = \nabla^2 \frac{|E(\mathbf{r}, t)|^2}{4\pi m_i} \quad (8)$$

式中,  $n'(\mathbf{r}, t)$  是合成低频场(包括横模和纵模)而引起的总扰动密度。 $n_0$  是未扰临界密度,  $E(\mathbf{r}, t)$  是高频场的时空包络,  $B_s(\mathbf{r}, t)$  是自生低频磁场,  $v_s$  是离子声波。(8)式右边是有质动力项,它是密度扰动的驱动力。另外,为了封闭(7)式和(8)式,必须引出低频磁场的

非线性控制方程,对低频场,它们满足下面的关系:  $v_{ti} \ll \omega/k \ll v_{te}$ ,  $\omega \ll \omega_{pe}$ 。如果朗道阻尼所涉及的空间尺度极小,约几个德拜长度 ( $d_e = v_{te}/\omega_{pe}$ ), 在研究较大尺度场特性情况下,可以略去阻尼项,因此,根据麦克斯韦方程,波-波相互作用产生的低频电场诱发出低频磁场:

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial t^2} + v_s^2 \nabla \times \nabla \times \right) \mathbf{B}_s(\mathbf{r}, t) = \frac{ie}{m_e \omega_{pe}^2} \nabla \times \nabla \times \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t)] \right\} \quad (9)$$

引进代换:

$$\xi = \frac{2}{3} \sqrt{\mu} \frac{\mathbf{r}}{d_e}, \quad \tau = \frac{2}{3} \mu \omega_{pe} t, \quad \mu = \frac{m_i}{m_e},$$

$$\alpha = \frac{c^2}{3v_{te}^2}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}}, \quad \mathbf{E}(\xi, \tau) = \frac{\sqrt{3}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{4\sqrt{\pi\mu n_0 T_e}},$$

$$\mathbf{B}(\xi, \tau) = \frac{3e}{4\mu m_e c \omega_{pe}} \mathbf{B}_s(\mathbf{r}, t), \quad n = \frac{3n'}{4\mu n_0} \quad (10)$$

可以把(7)式~(9)式写成如下的无量纲形式:

$$i \frac{\partial \mathbf{E}(\xi, \tau)}{\partial \tau} - \alpha \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\xi, \tau) - \beta \mathbf{E}(\xi, \tau) \mathbf{E}(\xi, \tau) - \mathbf{E}(\xi, \tau) \times \mathbf{B}(\xi, \tau) = 0 \quad (11)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \nabla^2 \right) n(\xi, \tau) = \nabla^2 |E(\xi, \tau)|^2 \quad (12)$$

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \nabla \times \nabla \times \right) \mathbf{B}(\xi, \tau) = i \frac{2}{3} \nabla \times \nabla \times \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} [\mathbf{E}(\xi, \tau) \times \mathbf{E}^*(\xi, \tau)] \right\} \quad (13)$$

当低频扰动场,包括离声场和磁场的运动是亚声速的,这时(12)式、(13)式中左边的二阶时间导数项远小于二阶空间坐标的导数项,这就是准静态极限的情况。在准静态极限下,(12)式、(13)式变为<sup>[9]</sup>:

$$n(\xi, \tau) = -|E(\xi, \tau)|^2 \quad (14)$$

$$\mathbf{B}(\xi, \tau) = i \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \tau} [\mathbf{E}(\xi, \tau) \times \mathbf{E}^*(\xi, \tau)] \quad (15)$$

(11)式、(15)式表明,电场和磁场的耦合关系是一组电磁场坍塌方程。(14)式表明坍塌的局部强电场通过有质动力排开粒子,是粒子密度的扰动方程,因此,通过数值求解(11)式、(14)式、(15)式可以得到,  $|E|^2$ ,  $n$ ,  $\mathbf{B}$  的演化过程,其中密度的演化过程就是孤波的形成过程。

## 2 数值计算

由于沿激光传播方向粒子分布具有轴对称性,因此把(14)式、(15)式、(11)式写成柱坐标系下的分量形式:

$$n = - (E_r^2 + E_\phi^2 + E_z^2) \quad (16)$$

$$\begin{cases} B_r = i\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial\tau}(E_\varphi E_z^* - E_z E_\varphi^*) \\ B_\varphi = i\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial\tau}(E_z E_r^* - E_r E_z^*) \\ B_z = i\frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial\tau}(E_r E_\varphi^* - E_\varphi E_r^*) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} i\frac{\partial E_r}{\partial\tau} - \alpha\left(-\frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2}\right) + \frac{\partial^2 E_z}{\partial r\partial z} + E_r(E_r^2 + E_\varphi^2 + E_z^2) - i(E_\varphi B_z - E_z B_\varphi) = 0 \\ i\frac{\partial E_\varphi}{\partial\tau} - \alpha\left(-\frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial E_\varphi}{\partial r} + \frac{E_\varphi}{r^2}\right) + E_\varphi(E_r^2 + E_\varphi^2 + E_z^2) - i(E_\varphi B_z - E_z B_\varphi) = 0 \\ i\frac{\partial E_z}{\partial\tau} - \alpha\left(-\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 E_r}{\partial r\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial r}\right) + E_z(E_r^2 + E_\varphi^2 + E_z^2) - i(E_r B_\varphi - E_\varphi B_r) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

以上方程中对  $\varphi$  的偏导项全部消失。其中  $(E_r, E_\varphi, E_z)$  和  $(B_r, B_\varphi, B_z)$  分别是电场  $E$  和磁场  $B$  在柱坐标下投影的 3 个分量。对 (16) 式 ~ (18) 式进行数值计算, 可以得到电场  $|E|^2$ 、密度扰动  $n$  和磁场  $|B|^2$  随时间变化的分布情况。相关物理量采用二维三分量的形式。在计算中使用差分法,  $z$  方向采用周期性边界条件,  $r$  方向采用自然边界条件, 即当  $r \rightarrow \infty$  时, 场量趋于 0。初始的扰动横场是无散的管量场 (即  $\nabla \cdot E = 0$ ), 取为:

$$E(r)_{\tau=0} = E_0 \sin\left(\frac{2\pi z}{z_0}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{r}{r_0}\right) e_r + E_0 \sin\left(\frac{2\pi z}{z_0}\right) \times$$

$$\operatorname{sech}\left(\frac{r}{r_0}\right) e_\varphi - E_0 \frac{z_0}{2\pi r_0} \cos\left(\frac{2\pi z}{z_0}\right) \tanh\left(\frac{r}{r_0}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{r}{r_0}\right) e_z \quad (19)$$

上式是一个具有波包形式的慢变传输矢量场。式中  $z, z_0, r, r_0$  都为无量纲量,  $z_0$  是周期,  $r_0$  是电场包络的宽度。初始条件与  $\varphi$  无关, 即它具有旋转对称的特性。

激光参量取  $I = 4 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ ,  $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ 。选取电子温度  $T_e = 6.4 \times 10^7$ , 临界密度由  $n_0 = \omega^2 \times \left(\frac{4\pi e^2}{m_e}\right)^{-1} \approx 10^{21} / \lambda^2 (\mu\text{m})$  可得:  $n_0 = 1.0 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ , 方

程 (18) 中的  $\alpha$  因子为:  $\alpha = \frac{c^2}{3v_{te}^2} = 1.19 \times 10^9 \times \frac{1}{T_e} = 30$

初始无量纲电场为  $|E_{\max}|_{\tau=0}^2 = 44$ 。选取参量:  $z_0 = 12000, r_0 = 400$

因此, 有量纲与无量纲量的关系如下:

$$B = 7.3 B_1(T), \frac{|E|^2}{4\pi n_e T_e} = 7.23 \times 10^{-4} |E_1|^2,$$

$$t = 1.52 \times 10^{-12} \tau (\text{s}), r = 1.13 \times 10^{-6} r_1 (\text{m}) \quad (20)$$

由方程 (14) 和  $n = \frac{3n'}{4\mu n_0}$  (其中  $n'$  是扰动密度) 可得:

$\frac{n'}{n_0} = \frac{4\mu}{3} |E|^2$ , 可见扰动密度的增长率与电场的绝对平方值成正比, 因此包络电场的坍塌过程就是密度扰动的演化过程。图 1 表示密度扰动率的演化, 图 2 是自生磁场的演化图, 图中所有物理量均为无量纲量。

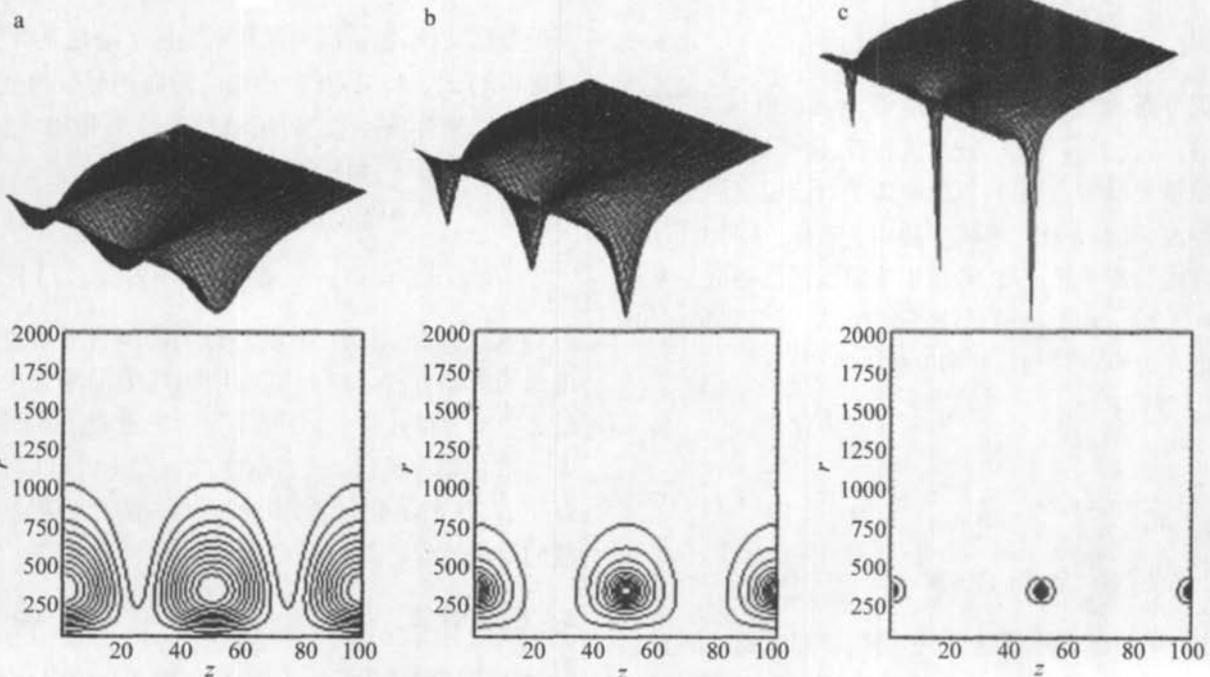


Fig 1 Special distribution and level contours of rate of density disturbance rate

a- $\tau = 0$  ( $n'/n_0$ )<sub>min</sub> = -0.032 b- $\tau = 0.4745$  ( $n'/n_0$ )<sub>min</sub> = -0.109 c- $\tau = 0.519$ , ( $n'/n_0$ )<sub>min</sub> = -0.822

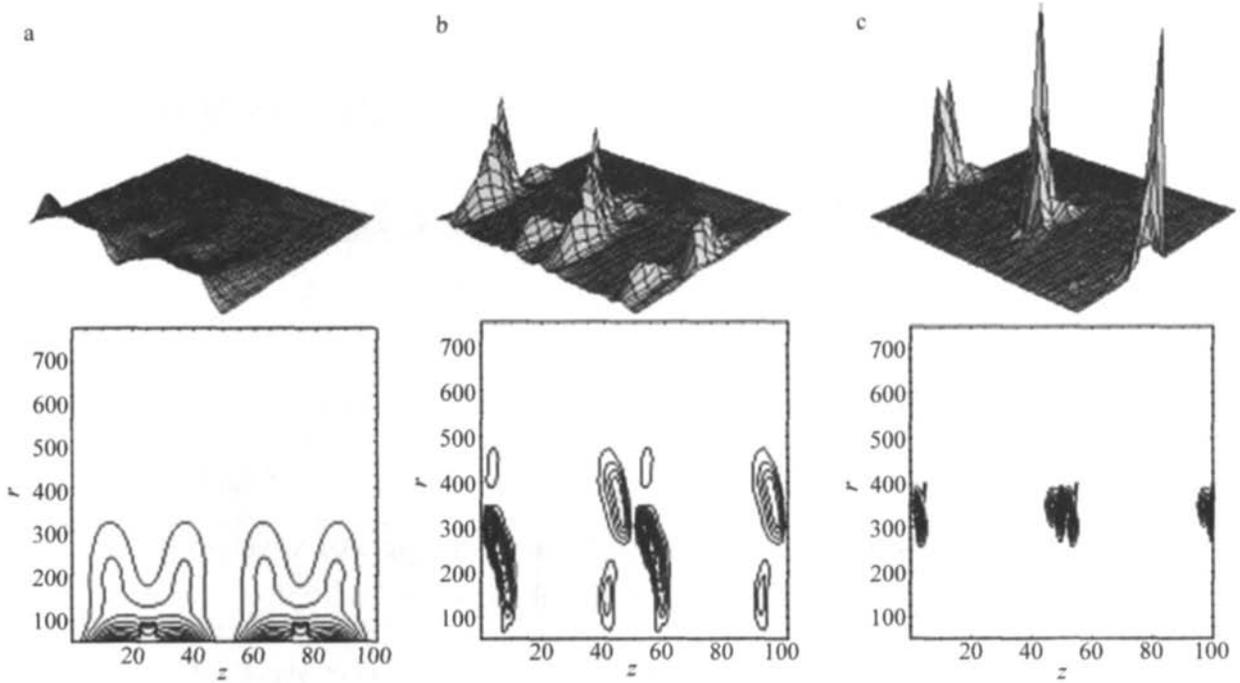


Fig 2 The collapse development and level contours of self generated magnetic field

a- $\tau = 0.01$ ,  $|B_{\max}|^2 = 4.2 \times 10^{-5}$  b- $\tau = 0.405$ ,  $|B_{\max}|^2 = 2.51 \times 10^{-1}$  c- $\tau = 0.519$ ,  $|B_{\max}|^2 = 1.737 \times 10$

### 3 结果与讨论

(1)图 1c表明,  $\tau = 0.519$ 时, 密度扰动率最大值为  $|n'/n_0| = 82\%$ , 径向宽度  $r_1 = 110\mu\text{m}$  用 (20)式化成有量纲值为  $r = 120\mu\text{m}$ 。从图 2c可以看出, 当  $\tau = 0.519$ 时, 磁场达到最大  $|B_{\max}|^2 = 17.37$ , 特征尺度  $r_1 = 96$ 。据 (20)式化成有量纲量  $B = 30\text{T}$ ,  $r = 97\mu\text{m}$ , 值得注意的是, 这些结果与实验结果<sup>[10]</sup>相符合。

(2)从图 1和图 2可看到, 随着时间的增加, 密度扰动和磁场的峰值越来越强, 而其空间分布范围越来越小。当演化时间到一定的时候, 场变得非常大, 以致  $\bar{W} = 2\mu|E_{\max}|^2/3 > 1$ , 这时, (11)式、(14)式、(15)式已不能描述电磁场的演化规律, 因此, 在  $\tau > 0.519$ 时停止了计算。

(3)从这组方程可以看出, 二维以上的密度孤波是不稳定的, 自生磁场的坍塌使得磁场峰值越来越强, 并影响高频场的发展, 数值计算表明, 自生磁场的峰值增长速度与高频场峰值的增长速度相似, 而驱动低频粒子密度变化的主要来自高频场的有质动力, 自生磁场不发生明显的作用, 只通过非线性有旋电流与高频场的耦合来间接发生对低频密度扰动的影响。

(4)准静态极限情况下, 场的坍塌是亚声速阶段, 但是坍塌不可能无限进行下去, 高强度的激元与粒子发生强烈的能量交换, 粒子获得能量, 波的能量损失, 湍动参量又回到小于 1 的状态<sup>[11]</sup>。

### 参 考 文 献

- [1] BORGHESEM, CAMPBELL D H, SCHAVIA *et al* Electric field detection in laser plasma interaction experiments via the proton imaging technique [J]. *Physics Plasma* 2002 9(5): 2214~2220
- [2] TABAK M, HAMMER J GINSKY M E *et al* Ignition and high gain with ultrapowerful lasers [J]. *Physics Plasmas* 1994, 1(5): 1626~1634
- [3] EDER D C, AMENDT P, DASILVA L B *et al* Tabletop X-ray lasers [J]. *Physics Plasmas* 1994 1(5): 1744~1752
- [4] SPRANGLE P, ESAREY E. Interaction of ultrahigh laser fields with beams and plasmas [J]. *Physics Fluids*, 1992 B4(7): 2241~2248.
- [5] LABANY S K E, SHAMY E F E. Critical density solitary waves structures in a hot magnetized dusty plasma with vortexlike ion distribution in phase space [J]. *Physics Plasmas* 2005 12(4): 2301.
- [6] CHIAN A C L, RIZZATO F B Coupling of electromagnetic filamentation instability and electrostatic Langmuir parametric instabilities in laser-plasma interactions [J]. *Journal of Plasma Physics* 1994 51(1): 61~73
- [7] SHEN T G. Energy and momentum property in soliton propagating [J]. *Laser Technology*, 1997, 21(5): 312~315 (in Chinese).
- [8] LIU S Q, LIXIAO Q. Numerical analysis of self-generated magnetic field excited by transverse plasmons in a laser-produced plasma [J]. *Journal of Plasma Physics* 2000 66(4): 223~238
- [9] LIX Q, MA Y H. Self-generated magnetic field by transverse plasmons in celestial bodies [J]. *Astronomy and Astrophysics* 1993, 270(1): 534~542
- [10] STAMPER J R P, N B H. Faraday rotation measurement of megagauss magnetic fields in laser-produced plasmas [J]. *Physical Review Letters* 1975 34(3): 138~141
- [11] TSYTOV CH V N. Theory of turbulent plasma [M]. New York: Consultants Bureau, 1997: 197.