

文章编号: 1001-3806(2013)01-0126-04

双曲正弦高斯光束在梯度折射介质中的传输

刘 莉 郝中骥

(宜春学院 物理科学与工程技术学院,宜春 336000)

摘要: 为了研究双曲正弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性,利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分法推导了光束强度分布解析表达式,据此结合空间二阶矩定义得到了束腰宽度和位置的解析表达式,并对光束强度分布、光斑尺寸、束腰宽度及其位置进行了数值计算和分析。结果表明,轴向光强分布呈周期性变化,横向光场分布受梯度折射系数和光束参量影响,通过对这些参量的适当调整,可以改变光斑尺寸和束腰位置。

关键词: 激光光学; 传输特性; 广义惠更斯-菲涅耳衍射积分; 双曲正弦高斯光束; 梯度折射率介质
中图分类号: O435 **文献标识码:** A **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2013.01.031

Propagation of sinh-Gaussian beams in gradient-index medium

LIU Li, HAO Zhong-qi

(College of Physics Science and Engineering Technology, Yichun University, Yichun 336000, China)

Abstract: In order to study the propagation characteristics of sinh-Gaussian beams in gradient-index medium, the analytical expression of the intensity was derived based on the general Huygens-Fresnel diffraction integral. Based on the second-order moment definition, the analytical expression for the beam width and the waist location were deduced. The intensity, focal size, beam waist and its position were calculated. The results show that the axial intensity changes periodically and the transverse intensity distribution are largely affected by the nonlinearity of the medium and the modulation parameter of the beams. The spot size and waist location can be changed by adjusting the parameter appropriately.

Key words: laser optics; propagation properties; generalized Huygens-Fresnel diffraction integral; sinh-Gaussian beams; gradient-index medium

引 言

光束的非线性传输问题一直是非线性光学中的一个热点问题,非均匀折射率介质在激光通讯、光传感器、集成光学以及光纤熔接等领域具有潜在的应用价值,典型的非均匀折射率介质——梯度折射率(gradient-index, GRIN)介质的特性及其应用得到了广泛的研究^[1-3]。高斯光束、部分相干平顶光束、余弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输已得到了较为详尽的研究^[4-7]。双曲正弦高斯(sinh-Gaussian, ShG)光束^[8]是厄米-正弦类-高斯光束的特例,可看作是具有相同束宽但有 π 位相差的两偏心高斯光束的合成^[9],与以上研究不同的是,在直角坐标系下,ShG光束各坐标轴上光强为0,各象限光束强度对称分布,且随光束参量发生变化^[10],ShG光束在GRIN介质中的传输特性还鲜见报道。GRIN介质的折射率分布包括径向GRIN分

布和轴向GRIN分布,径向GRIN分布常见形式有抛物线型圆型、椭圆型、锥形、Kerr型、指数型及层型等,轴向GRIN介质沿某一个方向均匀变化,且其等折射率面为垂直于该方向的平面,其折射率是与波长有关的函数。本文中利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分法推导了光束在抛物线型径向GRIN介质中传输场分布,基于空间二阶矩定义得到束腰宽度及位置表达式,并用数值模拟方法研究了双曲正弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输特性,为其在光通信及光传感技术等方面的应用提供理论参考依据。

1 双曲正弦高斯光束在梯度折射率介质的传输

ShG光束可表示为高斯函数和双曲正弦函数的乘积,在 $z=0$ 平面可表示为:

$$E(x_0, y_0, \rho) = A_0 \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right) \times \sinh\left(\frac{a}{w_0} x_0\right) \sinh\left(\frac{a}{w_0} y_0\right) \quad (1)$$

式中 A_0 为常数, w_0 为基模高斯光束的束腰宽度, a 为双曲正弦项相关的光束调制参量。当光束通过近轴

作者简介:刘莉(1981-)女,讲师,硕士,主要从事光电信息工程及控制研究。

E-mail: ll4246@126.com

收稿日期:2012-04-20;收到修改稿日期:2012-06-04

ABCD光学系统时,其场分布由广义惠更斯-菲涅耳积分公式描述:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda B} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x_0, y_0, 0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0x + y_0y) + D(x^2 + y^2)]\right\} dx_0 dy_0 \quad (2)$$

式中 $k=2\pi/\lambda$ 代表波数, λ 为波长, A, B, C, D 为光学系统变换矩阵元, 将(1)式代入(2)式, 化简整理得 ShG 光束通过 ABCD 光学系统的光场分布为:

$$E(x', y', z) = A_0 \frac{1}{A + \frac{B}{q_0}} \exp\left[\frac{Ba^2}{2(B + Aq_0)}\right] \times \exp\left[-\frac{q_0}{q_1}(x'^2 + y'^2)\right] \sinh\left[\frac{a}{A + \frac{B}{q_0}} x'\right] \sinh\left[\frac{a}{A + \frac{B}{q_0}} y'\right] \quad (3)$$

式中 $x' = x/w_0, y' = y/w_0$ 为相对坐标, $q_0 = i\pi w_0^2/\lambda$ 为基模高斯光束的复参量, $q_1 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D}$ 为出射面上基模高斯光束的复参量。

光束通过近轴 ABCD 光学系统传输的光强为:

$$I(x', y', z) = E(x', y', z) E^*(x', y', z) \quad (4)$$

式中 $E^*(x', y', z)$ 表示 $E(x', y', z)$ 的共轭, 把(3)式代入(4)式得 ShG 光束通过 ABCD 光学系统的光束强度分布为:

$$I(x', y', z) = \frac{1}{2} \frac{Z_0^2}{B^2 + A^2 Z_0^2} \exp\left[\frac{a^2 B^2}{2(B^2 + A^2 Z_0^2)}\right] \exp\left[-\frac{2Z_0^2(x'^2 + y'^2)}{B^2 + A^2 Z_0^2}\right] \times \left[\cosh\left(\frac{2aAZ_0^2}{B^2 + A^2 Z_0^2} x'\right) - \cos\left(\frac{2aBZ_0}{B^2 + A^2 Z_0^2} x'\right) \right] \times \left[\cosh\left(\frac{2aAZ_0^2}{B^2 + A^2 Z_0^2} y'\right) - \cos\left(\frac{2aBZ_0}{B^2 + A^2 Z_0^2} y'\right) \right] \quad (5)$$

式中 $Z_0 = \pi w_0^2/\lambda$ 为基模高斯光束的瑞利长度。选取较常见的抛物线型径向 GRIN 介质作为研究对象, 其折射率分布可表示为:

$$n = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 x^2\right) \quad (\beta^2 x^2 \ll 1) \quad (6)$$

式中 n_0 为介质轴上折射率, β 为梯度折射率系数。其 ABCD 传输矩阵可表示为^[11]:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta z) & \sin(\beta z)/\beta \\ -\beta \sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix} \quad (7)$$

将(7)式代入(5)式并整理得 ShG 光束通过抛物线型径向 GRIN 介质的光强分布为:

$$I(x', y', z) = \frac{1}{2} K \exp[a^2 \sin^2(\beta z)/(2T)] \exp[-2K(x^2 + y^2)] \times \left\{ \cosh[2a \cos(\beta z) K x'] - \cos\left[\frac{2a \sin(\beta z) K x'}{Z_0}\right] \right\} \times \left\{ \cosh[2a \cos(\beta z) K y'] - \cos\left[\frac{2a \sin(\beta z) K y'}{Z_0}\right] \right\} \quad (8)$$

式中 $T = \sin^2 \beta z + Z_0^2 \beta^2 \cos^2(\beta z), K = Z_0^2 \beta^2/T$ 是为简化表达式而引入的变量。(8)式表明光强分布与基模高斯光束束腰宽度 w_0 、梯度折射率系数 β 及光束调制参量 a 有关, 并且在 x 和 y 方向上光强分布是对称的, 为简化, 这里只取 x' 方向。

由空间二阶矩定义得:

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x' - \bar{x})^2 I(x', z) dx'}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x', z) dx'} = w_0^2 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x' - \bar{x})^2 I(x', z) dx'}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x', z) dx'} \quad (9)$$

式中 \bar{x} 为空间一阶矩, 由于 ShG 光束的对称性 $\bar{x} = 0$, 将(8)式代入(9)式, 并利用积分公式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp(-pt^2 \pm qt) dt = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left(1 + \frac{q^2}{2p}\right) \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right) \quad (10)$$

经过复杂的积分计算后得:

$$\sigma_x^2 = \frac{w_0^2}{4} \left\{ (1 + a^2 + F) \cos^2(\beta z) + (1 + F) \left(\frac{\sin(\beta z)}{\beta Z_0}\right)^2 \right\} \quad (11)$$

式中 $F = \frac{a^2}{\exp(a^2/2) - 1}$ 。将(11)式代入空间二阶矩与光斑尺寸的关系式 $W^2(z) = 4\sigma_x^2$ 并整理得:

$$W^2(z) = w_0^2 \left\{ \left[\frac{1 + F}{\beta^2 Z_0^2} - (1 + a^2 + F) \right] \times \sin^2(\beta z) + 1 + a^2 + F \right\} \quad (12)$$

式中 $W(z)$ 为光斑尺寸, 由(12)式令:

$$\frac{dW(z)}{dz} = 0 \quad (13)$$

解得 ShG 光束在抛物线型径向 GRIN 介质中传输的束腰位置 z_w 为:

$$z_w = \frac{\pi}{\beta} \left(\frac{1}{2} + n \right) \quad (n \text{ 为非负整数}) \quad (14)$$

可见,光束束腰位置在 z 方向上周期呈现,周期为 π/β ,只与梯度折射率系数 β 有关。将 (14) 式代入 (12) 式可得光束的束腰宽度 W_0 为:

$$W_0 = \frac{w_0}{\beta Z_0} \sqrt{1 + F} = \frac{\lambda}{\pi w_0 \beta} \sqrt{1 + F} \quad (15)$$

(15) 式表明,各点束腰宽度为与 z 无关,由光束各参量 λ 、 w_0 、 a 及梯度折射率系数 β 确定。束腰宽度与光束波长成正比,与梯度折射率系数 β 及光束瑞利长度 Z_0 成反比,而与光束调制参量 a 呈非线性关系。

2 数值计算与分析

首先利用 (8) 式进行数值计算,得到 ShG 光束通过梯度折射率介质中传输时 $z-x'$ 平面上光强分布,如图 1a~图 1d 所示,其中取 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, $w_0 = 0.96 \text{mm}$ (下同),横轴为轴向距离 z ,单位取 mm,纵轴为径向相对距离 $x' = x/w_0$ 。研究发现光束呈周期性自聚焦,聚焦周期由梯度折射率系数 β 决定,图 1a 中 $\beta = 0.025$, $a = 3$ 时,轴向聚焦周期为 125.6mm,图 1c 中 $\beta = 0.05$, $a = 1$ 时,轴向聚焦周期为 62.8mm,图 1d 中 $\beta = 0.1$, $a = 1$ 时,轴向聚焦周期为 31.4mm。可见随着 β 的增大,聚焦周期逐渐缩短,聚焦位置与 (14) 式的计算结果相同。比较图 1a 与图 1b 可知,在 β 相同时,随光束调制参量 a 的变化,光束束腰位置不变,呈现周期不变。

由 (12) 式得光斑尺寸随传输距离的变化曲线,见图 2,其中 $\beta = 0.1$, a 分别为 0.5, 1.0, 2.0 和 4.0。可以看出,光斑尺寸变化周期为 π/β ,随光束调制参量 a 的增大,光束尺寸振荡幅度逐渐增大,但聚焦周期不变,束腰位置不变。

光束调制参量 a 分别取 0.5, 1.0, 2.0 和 3.0 时,分别代入 (15) 式可得光束束腰宽度 W_0 随梯度折射率系数 β 的变化,如图 3 所示。随着梯度折射率系数 β 的增加,光束束腰宽度迅速减小,且呈反函数图像变化。 $\beta \rightarrow 0$ 时,即光束通过均匀介质时,光束束腰宽度 $W_0 \rightarrow \infty$,说明 ShG 光束变得发散,不能聚焦;而当 β 逐渐增大时,光束束腰宽度减小,并趋于 0,但不为 0,这是由于 ShG 光束在光轴上强度为 0。图 4 中给出了梯度折射率系数 β 分别为 0.025, 0.05 及 0.10 时光束束腰宽度 W_0 随光束调制参量 a 的变化,由图可知: β 一定时,随 a 的增加,光束束腰宽度开始逐渐减小,当 a 增大到一定数值时,光束束腰宽度趋于稳定。图中还可以看出 β 越大,光

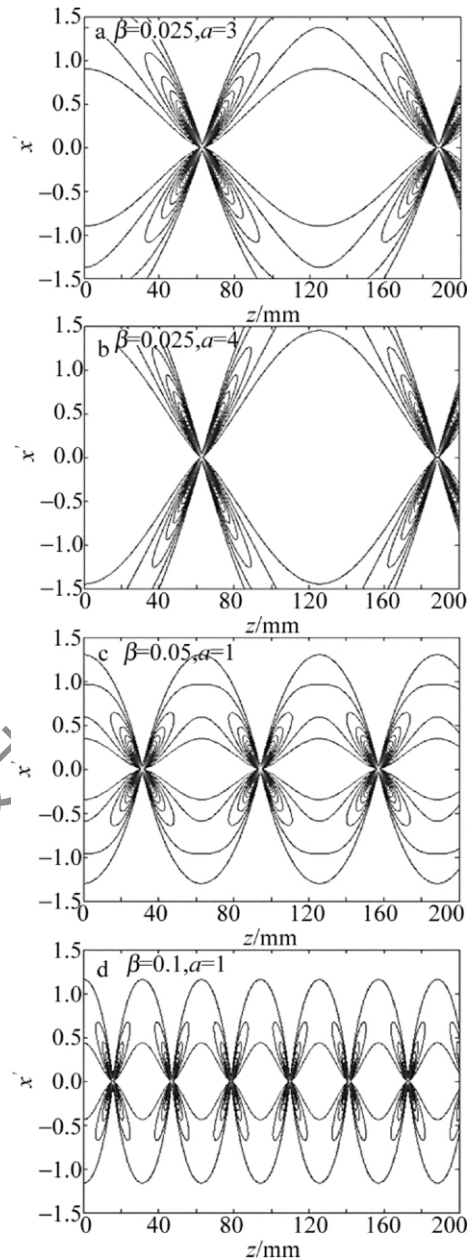


Fig. 1 Intensity distribution in the plane $z-x'$ for different gradient-index parameters β and modulation parameters a

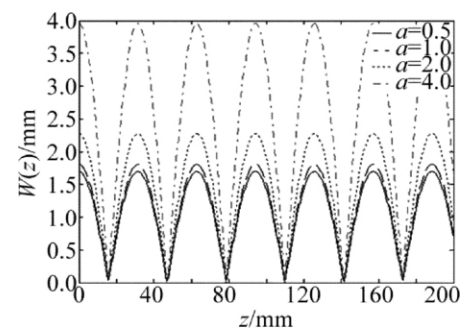


Fig. 2 Spot size $W(z)$ of ShG beams versus propagation distance z for different modulation parameters a

束束腰宽度 W_0 越小。

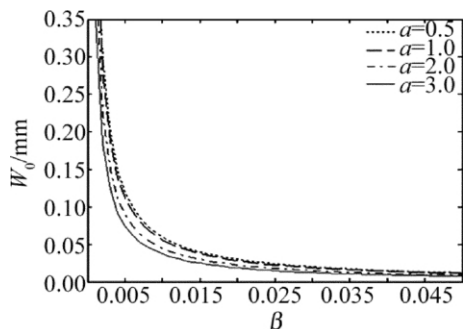


Fig. 3 Waist width W_0 of ShG beams as a function of the gradient-index parameters β for different modulation parameters a

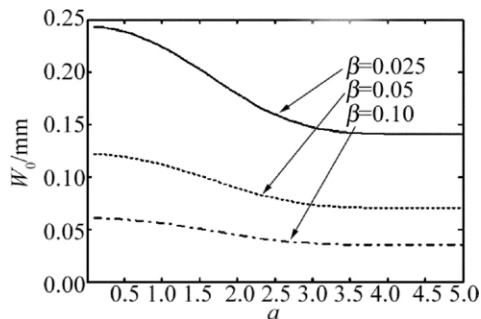


Fig. 4 Waist width W_0 of ShG beams as a function of the beam parameter a for different gradient-index parameters β

3 结 论

研究了 ShG 光束通过抛物线型径向 GRIN 介质的传输特性。由广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式得到了光束强度分布解析公式,利用空间二阶矩理论推导了光斑尺寸、光束束腰宽度及位置的表达式。数值模拟结果表明,光束传输时呈周期性自聚焦,束腰位置周期为 π/β ,光束束腰宽度随梯度折射率系数 β 及光束调制参量 a 的增大而减小。结果表明,ShG 光束在抛物线型径向 GRIN 介质中传输时,可以获得光斑尺寸为正弦平方变化的光信号,如果对其分频,还可得余弦光强度信号,通过设定发送或接收器件阈值可以转换为数字光强度脉冲信号。利用 ShG 光束在抛物线型径向 GRIN 介质中的周期性自聚焦效应,可以改变光束束

宽及聚焦周期;其强度和周期可以通过选择光束波长、光束调制参量及梯度折射率系数等参量来调整。在光通信领域,利用径向 GRIN 介质对光束的聚焦、准直、移位和变换的特性,可设计光准直器、分光器、光衰减器、光开关、光路由器等;在光纤传感中,利用 GRIN 透镜对光束的聚焦和变换可以改善传感器性能,提高传感器灵敏度;在医学、光存储及光复印等领域也有潜在应用价值。

参 考 文 献

- [1] JABLON A D, BISE R T. Low-loss high-strength microstructured fiber fusion splices using GRIN fiber lenses [J]. Proceedings of the IEEE, 2005, 17(1): 118-120.
- [2] JOHN H, LORENZ S D. Web inspection using gradient-indexed optics [J]. Proceedings of the IEEE, 2005, 41(6): 1476-1482.
- [3] BALLAV M, CHOWDHURY A R. A generalized nonlinear Schrödinger equation and optical soliton in a gradient index cylindrical media [J]. Chaos Solitons and Fractals, 2007, 31(4): 794-803.
- [4] WEN Sh Ch, FAN D Y. Nonlinear propagation of Gaussian beams in graded-index media [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2000, 12(6): 657-661 (in Chinese).
- [5] ZHANG T R, LÜ B D. Propagation properties of Gaussian beams through a nonlinear gradient-index lens [J]. Laser Technology, 2004, 28(3): 324-327 (in Chinese).
- [6] PAN P P, DAN Y Q, ZHANG B. Propagation of partially coherent flat-topped beams in gradient-index media [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(7): 1252-1256 (in Chinese).
- [7] SONG H Y, ZHANG T R, CHEN S H, et al. Propagation properties of cosine-Gaussian beams in gradient-index medium [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(4): 890-894 (in Chinese).
- [8] CASPERSON L W, HALL D G. Sinusoidal-Gaussian beams in complex optical system [J]. Journal of the Optical Society of America, 1997, A14(12): 3341-3348.
- [9] ZHANG B, MA H, LÜ B D. M^2 -factor and coherent-mode decomposition of sinh-Gaussian beams [J]. Acta Physica Sinica, 1999, 48(10): 1869-1874 (in Chinese).
- [10] PENG R W, LÜ B D. Focal shift in sinh-Gaussian beams by using the encircled power method [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(8): 733-735 (in Chinese).
- [11] SIEGMAN A E. Lasers [M]. Mill Valley, USA: University Science Books, 1986: 586-589.